

Bachelorarbeit

Ausarbeitung eines Pixeldetektor-Versuchs für didaktische Zwecke

Composition of a Pixel Detector Experiment for Educational Purposes

angefertigt von

Stephanie Schöning

aus Hannover

am II. Physikalischen Institut.

Arbeitsnummer: II.Physik-UniGö-BSc-2011/13

Bearbeitungszeit: 11. April 2011 bis 4. Juli 2011

Betreuer/in: PD. Dr. Jörn Große-Knetter

Erstgutachter/in: PD. Dr. Jörn Große-Knetter

Zweitgutachter/in: Prof. Dr. Arnulf Quadt

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	1
2	Das Myon und seine ionisierende Wirkung	3
2.1	Das Standardmodell und die kosmische Strahlung	4
2.2	Die Bethe-Bloch-Formel und die Landau-Verteilung	8
3	Der Pixeldetektor, sein Aufbau und seine Funktionsweise	13
3.1	Technische Elemente und ihre physikalischen Eigenschaften	13
3.1.1	Silizium, ein Halbleiter zur Ladungsdetektion	13
3.1.2	Der Stromintegrator	16
3.1.3	Rauschen in der Elektronik	17
3.1.4	Der Diskriminator	18
3.2	Entstehung und Auslese eines Pixelsignals	20
3.2.1	Der Pixeldetektor	20
3.2.2	Das SingleChip Board und das USBPix Board	21
3.2.3	Die Datennahme und das Format der Datenausgabe	23
4	Datenverarbeitung und Bestimmung der Winkelintervalle der Myonen	27
4.1	Aufbereitung der Daten mit C++	27
4.2	Geometrische und energetische Betrachtung der Pixelblöcke	30
4.2.1	Der Einer-Block	31
4.2.2	Der Zweier-Block	32
4.2.3	Der Dreier-Block	33
4.2.4	Der Vierer Block	34
5	Verifizierung und Ermittlung der theoretischen Winkelverteilung kosmischer Myonen	37
5.1	Die Häufigkeitsverteilung der Energien der Myonen	37
5.2	Die theoretische Bestimmung der Winkelverteilung	41

6	Didaktische Empfehlung	51
7	Zusammenfassung und Ausblick	53
8	Anhang	55
8.1	Energetische und geometrische Betrachtungen	55
8.1.1	Der Zweier-Block	55
8.1.2	Der Dreier-Block	57
8.1.3	Der Vierer-Block und die Erweiterung auf n Pixel	59
8.2	Landauverteilungen zu den einzelnen Neigungen der Platine	63
8.2.1	Die Auflösung	68
8.2.2	Die Winkelverteilung	68
8.3	Tabellen und Daten	72
8.3.1	Kalibrierung von ToT mit Vcal	72
8.3.2	Berechnung der wahrscheinlichsten Energie $(dE)_{w,W}$	73

1 Einleitung und Motivation

Der Himmel war für den Menschen schon immer eine Quelle der Faszination. Während dieser sehr viel früher als Lichtquelle in der Nacht diente und Sternbilder von Mythen und Sagen berichteten, so ist es heutzutage möglich, hochauflösende Bilder von weit entfernten Sternen aufzunehmen.

Stück für Stück löste die Astronomie die Astrologie ab und die Sterne und Planeten wurden katalogisiert und ihren Eigenschaften entsprechend in Gruppen eingeteilt. Zeitgleich wurde das reine Beobachten in einen physikalischen Zusammenhang gesetzt und Gesetzmäßigkeiten, z.B. die Bestimmung der Bahnen und Massen von Sternen, durch Kepler (1571-1630) entdeckt [1].

Doch nicht nur die mit dem Auge sichtbare Materie wurde eingehend erforscht, sondern auch die Lichtspektren von Sternen und der Sonne. Anfang des 19. Jahrhunderts untersuchte Fraunhofer eingehend das Absorptionsspektrum des Sonnenlichts. Dieses wurde etwa 50 Jahre später von Bunsen und Kirchhoff dahingehend erklärt, dass verschiedene Elemente in der Atmosphäre unterschiedliche Wellenlängen des Lichts absorbieren [2]. Das absorbierte Licht erreicht damit nicht mehr die Erdoberfläche und wird als eine schwarze Linie im Spektrum erkannt. Abgesehen von diesen Photonen erreichen auch hochenergetische Teilchen die Erde, welche als kosmische Strahlung bezeichnet werden.

Diese Teilchen bilden eine entscheidende Verbindung zwischen der Astrophysik und der Teilchenphysik. Denn die Entstehung der Teilchen findet im Weltall statt, wobei die Teilchen selbst schon zu den kleinsten bekannten Materiebausteinen, den Elementarteilchen, gehören.

Insbesondere wird sich diese Arbeit mit einem speziellen Elementarteilchen, dem Myon, befassen, welches einen Teil der kosmischen Strahlung ausmacht.

Erstmals wurde das Myon zu Beginn des 20. Jahrhunderts detektiert und ist bis heute ein beliebtes Forschungsobjekt. Das Besondere an diesem Elementarteilchen

1 Einleitung und Motivation

ist, dass man es auch ohne jede Art von Quelle im ungebundenen Zustand betrachten kann, da es geradezu „vom Himmel fällt.“

Auch in der Schule kann man sich diesen Vorteil zu Nutze machen, indem anstatt radioaktiver Präparate das Myon als Anschauungsobjekt genutzt wird. Ein Myon wird dabei z.B. mit einer Kamiokanne nachgewiesen und es ist sogar möglich, die Lebensdauer eines solchen zu ermitteln. Dies ermöglicht unter anderem die Einführung der Halbwertszeit beim Arbeiten mit Myonen.

In dieser Arbeit soll nun ein weiterer Aspekt der Teilchenphysik in Betracht gezogen werden, um in der Schule Anwendung zu finden. Das Ziel ist die Bestimmung der Einfallswinkelverteilung aller Myonen mit einem Pixeldetektor, wie er auch im ATLAS-Experiment am CERN in Genf genutzt wird. Abschließend wird in einer didaktischen Ausarbeitung erörtert, in welchem Umfang der Einsatz eines solchen Pixeldetektors an Schulen umgesetzt werden kann und was Schülerinnen und Schüler dabei an Wissenswertem erfahren.

2 Das Myon und seine ionisierende Wirkung

Die Entdeckung des Myons fand zeitgleich mit der Erkenntnis statt, dass die kosmische Strahlung Teilchencharakter besitzt und nicht nur aus Photonen besteht. Im Jahre 1929 wurde dazu der folgende Versuch durchgeführt; auch wenn das Myon an sich noch nicht seinen Namen erhielt, wurde es so erstmalig nachgewiesen:

Im Versuch wurden zwei Geiger-Müller Zählrohre mit einem Abstand von 45 mm übereinander in einem Panzer¹ platziert. In den 45 mm Abstand konnten verschiedene Absorbermaterialien eingefügt werden. Durch den Panzer kann die radioaktive Strahlung der Umgebung nicht mehr in das Zählrohr vordringen und dort einen Puls auslösen [3].

Mit diesem Aufbau und einem Goldbarren als Absorber, wurde nachgewiesen, dass die kosmische Strahlung sowohl Teilchencharakter besitzt, als auch gebremst und absorbiert werden kann, somit also Energie beim Durchqueren des Absorbers verliert. Im weiteren Verlauf wird vermutet, dass diese Art der Strahlung Elektronen oder Protonen sein könnten, worauf aber nicht weiter eingegangen wird.

Mittlerweile ist die Zusammensetzung der kosmischen Strahlung bekannt. Sie besteht zu 90% aus Protonen, zu 9% aus Helium, zu 1% aus Elektronen und einigen schweren Elementen, wie Lithium, Beryllium oder Bor. Ihre Quelle ist hauptsächlich die Sonne, aber auch Supernovae oder aktive galaktische Kerne gehören zu den wichtigsten bekannten Ursachen. Somit ist das Myon kein Teilchen, das direkt in der kosmischen Strahlung enthalten ist, sondern vielmehr entsteht es durch die inelastische Streuung der Protonen beim Durchgang der Atmosphäre.

In diesem Kapitel wird erläutert, was das Standardmodell der Teilchenphysik ist und wie die Myonen aus welchen anderen Teilchen entstehen. Auch wird die auf der Erde ankommende kosmische Strahlung genauer betrachtet. Des Weiteren wird auf

¹Wände des Gefäßes bestehen aus 5 cm Eisen (innen) und 6 cm strahlungsfreiem Blei (außen).

die ionisierende Wirkung der Myonen in Materie eingegangen und wie viel Energie die Teilchen in dieser deponieren.

2.1 Das Standardmodell und die kosmische Strahlung

Das Standardmodell der Teilchenphysik wird hier sehr kurz angerissen, ohne auf die unterschiedlichen Zusammensetzungen der Teilchen genauer einzugehen, die nicht zur kosmischen Strahlung gehören. Bei den nun aufgeführten Elementarteilchen handelt es sich um die fundamentalen Bausteine der Natur, die sich in zwei Familien spalten, die Familie der Leptonen und die Familie der Quarks.

Leptonen gibt es in drei verschiedenen Generationen mit ihren zugehörigen Neutrinos. Diese wechselwirken über die schwache Wechselwirkung miteinander und sind in der Lage, ungebunden zu existieren, wobei ihre Lebensdauern, die Zeit, bis sie zu anderen Teilchen zerfallen, sehr unterschiedlich sind.

Jedes geladene Lepton l hat eine Ladungszahl von $-1 e$, während das zugehörige Antiteilchen \bar{l} eine Ladung von $+1 e$ besitzt. Zu jedem geladenem Lepton gibt es ein Neutrino ν_l und ein Antineutrino $\bar{\nu}_l$, welche ungeladen sind und somit keine ionisierende Wirkung haben.

Das wohl bekannteste Lepton ist das Elektron e^- mit seinem Antiteilchen, dem Positron e^+ , dem Elektronneutrino ν_e und dem Antielektronneutrino $\bar{\nu}_e$. Das Elektron ist zugleich das leichteste Lepton mit einer Masse von $m = 0,511 \frac{\text{MeV}}{c^2}$. Das zweitschwerste Lepton ist das Myon μ^- , mit Antimyon μ^+ und seinen Myonneutrinos ν_μ und $\bar{\nu}_\mu$. Seine Masse ist etwa 200 mal so groß wie die des Elektrons mit $m = 105 \frac{\text{MeV}}{c^2}$.

Zuletzt sei noch das Tauon τ^- erwähnt, welches genau wie seine Vorgänger ein Antitauon $\bar{\tau}$ und ein Tauneutrino ν_τ sowie $\bar{\nu}_\tau$ besitzt. Seine Masse ist etwa $m = 1777 \frac{\text{MeV}}{c^2}$.

Quarks gibt es auch in drei Generationen, diese wechselwirken untereinander mit der starken Wechselwirkung. Anders als die Leptonen können sie nur in gebundenen Zuständen auftreten. Diese These wird auch damit unterstützt, dass bisher Ladungen immer nur in Vielfachen der Elementarladung e eines Elektrons registriert wurden. Quarks haben entweder eine Ladung von $\mp 1/3 e$ oder $\pm 2/3 e$, sodass ihre Kombinationsmöglichkeiten von ihrer Ladungssumme abhängen.

2.1 Das Standardmodell und die kosmische Strahlung

Ebenso wie die Leptonen werden Quarks q und Antiquarks \bar{q} definiert, wobei ein Antiquark immer die entgegengesetzte Ladung des Quarks besitzt. Unge-ladene Neutrinos gibt es bei den Quarks nicht.

Die erste und leichteste Familie ist die des up- (u) und down- (d) Quarks.

Es folgt die Familie des charm- (c) und strange- (s) Quarks,

sowie die Familie des top- (t) und bottom- (b) Quarks.

Immer das zuerst genannte Quark hat eine Ladung von $+2/3 e$, während das zweite eine Ladung von $-1/3 e$ aufweist.

Durch die kosmische Strahlung treten hauptsächlich Protonen in die Atmosphäre ein, die in diesem Modell von Quarks und Leptonen noch nicht erläutert wurden. Wie schon erwähnt, treten Quarks nur in Verbindung mit anderen Quarks auf und bilden neue Teilchen, wobei bisher nur Verbindungen von zwei oder drei Quarks entdeckt wurden. So bilden zwei up -Quarks und ein $down$ -Quark das Proton p mit einer einfach positiven Ladung:

$$\begin{aligned}
 & u d \rightarrow p \\
 & \left(+\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) e = +1 e
 \end{aligned}$$

Die Ausbreitung der kosmischen Strahlung durch die Atmosphäre ist ein sehr komplexer Vorgang, der schematisch durch Abbildung 2.1 dargestellt wird. In dieser sind Pionen (π) abgebildet, die entweder einfach geladen (π^\pm) oder ungeladen (π^0) auftreten können.

Im Allgemeinen setzt sich ein π aus einer Kombination von u -Quark und d -Quark zusammen, welche beide in einem Proton enthalten sind:

$$\begin{array}{ll}
 u \bar{d} \rightarrow \pi^+ & d \bar{u} \rightarrow \pi^- \\
 \left(+\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right) e = +1 e & \left(-\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right) e = -1 e
 \end{array}$$

Das ungeladene Pion ist eine Überlagerung von quantenmechanischen Zuständen, das wie folgt beschrieben wird $\frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{u} - d\bar{d}) \rightarrow \pi^0$.

Die neutralen π^0 zerfallen hauptsächlich in zwei Gammaquanten γ . Die so entstandene Strahlung wird durch Paarbildung an Kernen der Atmosphäre in ein e^- und e^+ umgewandelt. Dieses e^\pm Paar wird durch die Kerne in der Atmosphäre gebremst und weitere γ -Quanten entstehen durch die sogenannte Bremsstrahlung. Dieser Vorgang wird als Elektromagnetischer Schauer bezeichnet und währt so lange an, bis

2 Das Myon und seine ionisierende Wirkung

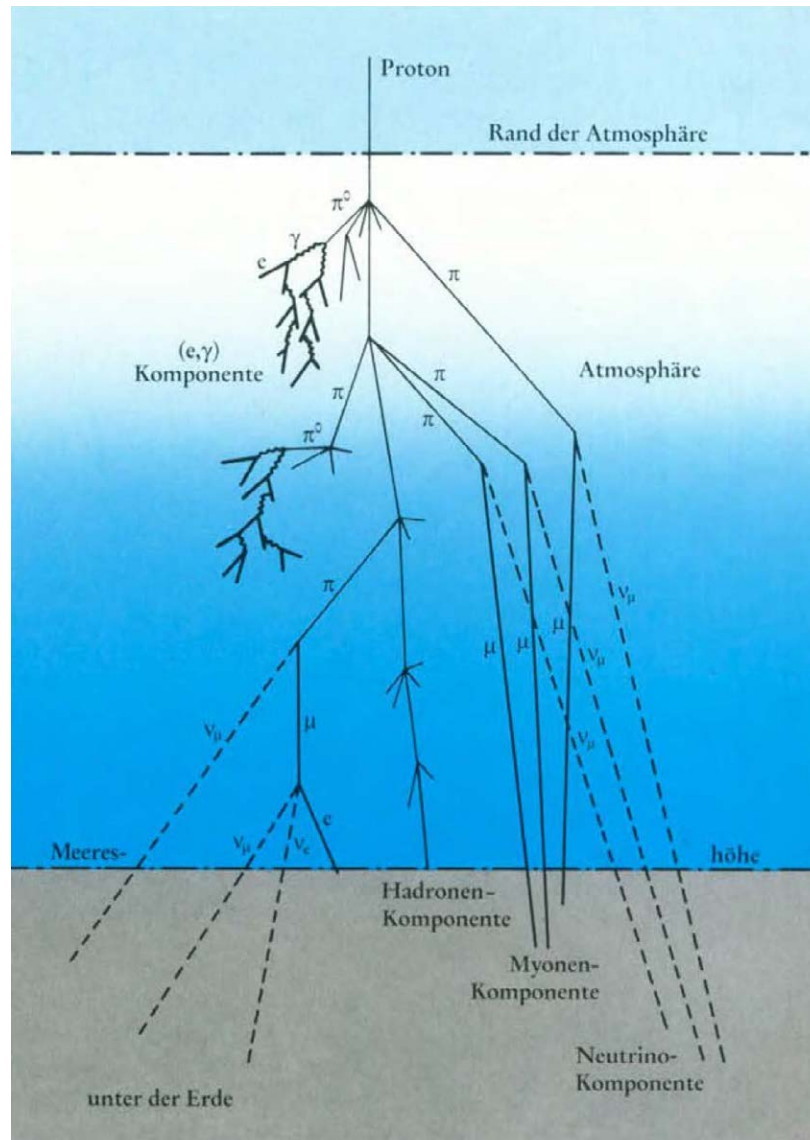


Abb. 2.1: Schematische Darstellung des Zerfalls eines Protons beim Eintritt in die Atmosphäre [5].

die γ -Quanten oder e^\pm nicht mehr energetisch genug sind um erneut zu schauern.

Myonen und deren Neutrinos dagegen entstehen aus geladenen Pionen. Wie auch in der Abbildung 2.1 zu sehen ist, erreicht diese Strahlung von μ und ν_μ den Erdboden und dringt sogar tief in diesen ein.

Zu beachten ist dabei, dass ein solches Myon etwa in einer Höhe von 15 km entsteht und eine mittlere Lebensdauer $\tau_\mu \approx 2,2 \cdot 10^{-6}$ s hat [4]. Unter der Annahme, dass

sich ein so entstandenes Myon nahe Lichtgeschwindigkeit $v \approx c$ bewegt, würde es nur in seltenen Fällen auf der Erde ankommen, denn der zurückgelegte Weg s würde etwa $s = \tau_\mu \cdot v \approx 600$ m betragen.

Zu lösen ist dieses scheinbare Paradoxon mit der Relativitätstheorie. Da sich die angegebene Lebensdauer des Myons auf das Teilchen im Ruhesystem bezieht, muss die Zeitdilatation berücksichtigt werden. Diese besagt, dass die Lebensdauer τ'_μ im Ruhesystem der Erde größer ist, als τ_μ und lässt sich mit dem relativistischen Faktor $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v/c)^2} = E/mc^2$ berechnen. Für die Energie eines Myons von etwa 5 GeV und $mc^2 = 105$ MeV ergibt sich für $\tau'_\mu = \tau_\mu/\gamma \approx 2,5 \cdot 10^{-5}$ s, sodass das Myon die Erde erreichen kann, da $s = \tau'_\mu \cdot v \approx 14$ km beträgt [4, 6].

Im Mittel hat das Myon, wenn es auf der Erde ankommt, eine Energie von 3 GeV. Dabei variiert der gesamt Fluss \vec{j} , je nachdem, welche Quelle verwendet wird, zwischen einem [6] und zwei [5] Myonen pro cm^2 und Minute. Im weiteren Verlauf wird von einer integrierten Rate der Impulse aller eintreffenden Myonen auf Meeressniveau von

$$\vec{j} = 1 \frac{\text{Myon}}{\text{cm}^2 \text{ min}} \quad (2.1)$$

ausgegangen. Des Weiteren ist bekannt, dass die Winkelverteilung in Abhängigkeit des Einfallswinkels θ proportional ist zu $\cos^2(\theta)$. Es gilt mit I_0 der Anzahl der vertikal eintreffenden Myonen:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \cos^2(\theta) \quad [5, 6]. \quad (2.2)$$

In der weiteren Betrachtung muss zudem der Azimutalwinkel φ beachtet werden. Wie in der Einleitung beschrieben, handelt es sich bei Myonen um ionisierende Teilchen. Diese Erkenntnis reicht nicht nur dafür aus, um mit einem Zählrohr die Einfallrate oder eine Häufigkeitsverteilung zu bestimmen, sondern auch um dessen Energie zu ermitteln.

2.2 Die Bethe-Bloch-Formel und die Landau-Verteilung

Geladene Teilchen, die eine genügend großer Energie haben, verlieren Energie in der Materie, die sie durchdringen. Dabei wird die Energie in Form von Ionisationsenergie und Anregungsenergie auf die Elektronen im Material übertragen. Für ein Myon gilt zusätzlich, dass die Masse wesentlich größer ist, als die des Elektrons.

Für solche Teilchen wurde dieser Prozess erstmals beschrieben von Bethe und Bloch, die eine Gleichung für den durchschnittlichen Energieverlust in Materie, wie folgt angeben [7]:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta} \left[\ln \left(2m_e v^2 \gamma^2 \frac{1}{I^2} \right) - 2\beta^2 \right]$$

Diese Formel wurde mit zwei Korrekturtermen für sehr hohe oder niedrige Energien erweitert, nämlich der Dichte-Korrektur δ und der Schalen-Korrektur $2C$, sodass sich folgende Form der Bethe-Bloch-Formel ergibt:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta} \left[\ln \left(2m_e v^2 \gamma^2 \frac{1}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - 2\frac{C}{Z} \right]$$

Der Korrekturterm δ kommt zustande, weil das betrachtete Teilchen ein elektrisches Feld besitzt und somit die Atome auf seinem Weg polarisiert. Diese Polarisation schirmt weit entfernte Elektronen vom elektrischen Feld des Teilchens ab, sodass Kollisionen mit diesen Elektronen kaum einen Energieverlust bewirken und den Anstieg der Bethe-Bloch-Formel für große $\gamma\beta$ vermindern. Dieser Effekt ist dichteabhängig.

Der Korrekturterm C ist besonders für Teilchen mit niedriger Energie relevant, deren Geschwindigkeit kleiner oder gleich der Geschwindigkeit der Hüllenelektronen des Materials ist. Myonen sind in der Regel wesentlich energetischer, sodass dieser Korrekturterm vernachlässigt werden kann. Es ergibt sich demnach für die Bethe-Bloch-Formel:

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = \underbrace{2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta}}_{:=K} \left[\ln \left(2m_e v^2 \gamma^2 \frac{1}{I^2} \right) - 2\beta^2 - \delta(\gamma\beta) \right] \quad (2.3)$$

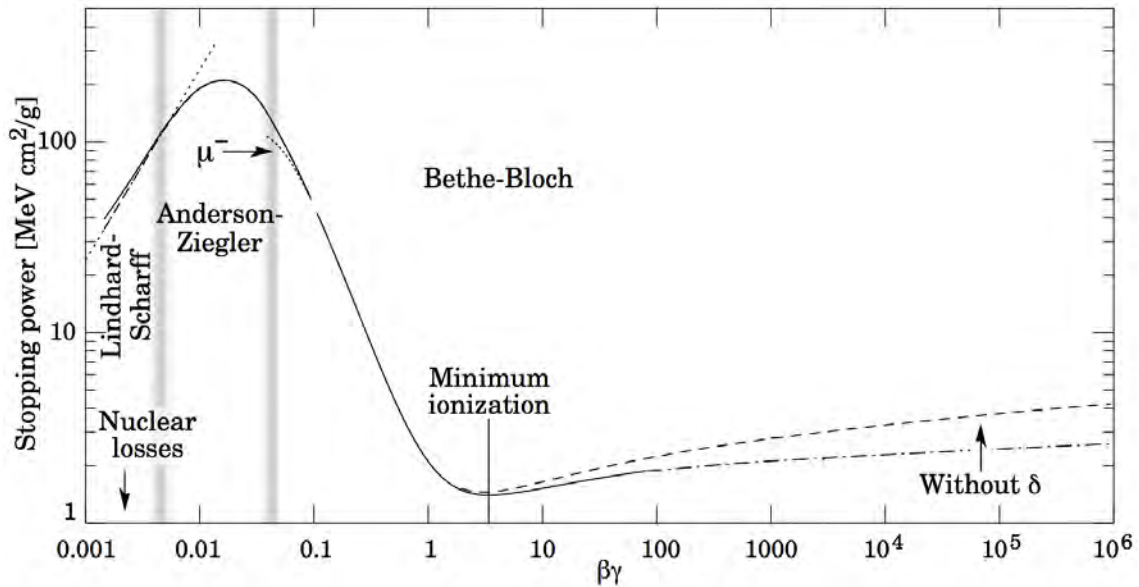


Abb. 2.2: Fit der Bethe-Bloch-Formel in Abhängigkeit von $\gamma\beta$ mit Korrektur [6].

Dabei beschreiben die verwendeten Variablen die folgenden Größen:

- $r_e ; m_e$ Elektronenradius und Elektronenmasse
- $z ; v$ Ladung und Geschwindigkeit des Teilchens
- c Lichtgeschwindigkeit
- $\beta ; \gamma$ $\beta = v/c$ und relativistischer Faktor $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v/c)^2}$
- $A ; Z ; \rho$ Massenzahl, Ladungszahl und Dichte des durchdrungenen Materials
- I Durchschnittliche Ionisationsenergie des Materials
- N_A Avogadro Konstante

In Abbildung 2.2 ist die Bethe-Bloch-Formel von $\langle dE/dx \rangle$ in Abhängigkeit von $\gamma\beta$ aufgetragen. Nach dem steilen Abfall der deponierten Energie befindet sich bei $\gamma\beta \approx 3 \dots 4$ ein Minimum. Für $\beta\gamma > 5$ ist ein langsamer Anstieg für hoch relativistische Teilchen zu verzeichnen, welcher meist nicht mehr als 10% vom Minimalwert abweicht.

Dies macht den Wert $\langle dE/dx \rangle_{min}$ für ein breites Intervall der $\gamma\beta$ interessant. Eine weitere Eigenschaft des Minimums ist, dass fast alle Teilchen mit gleicher Ladung den selben Wert an dieser Stelle haben. Teilchen, die eine solch geringe Energie depo-

2 Das Myon und seine ionisierende Wirkung

nieren, werden „minimal ionisierende Teilchen“ *m. i. p.* ($\hat{=}$ minimal ionising particle) genannt.

Die mittlere deponierte Energie lässt sich für dieses hypothetische Teilchen sehr gut annähern. Die aus Gleichung (2.3) vereinfachte Berechnung ist fast materialunabhängig und lautet:

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle_{min} \approx 1,5 \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}} \rho. \quad (2.4)$$

Mit dieser angenäherten Formel für die mittlere deponierte Energie soll nun im Folgenden die Energie der eintreffenden Myonen beim Eintreffen in den Detektor ermittelt werden.

2.2 Die Bethe-Bloch-Formel und die Landau-Verteilung

Obwohl die Bethe-Bloch-Formel den mittleren Energieverlust pro Weglänge angibt, ist der tatsächliche Energieverlust statistisch verteilt. Denn jeder Energieverlust dE auf der Wegstrecke dx setzt sich aus vielen Einzelbeträgen zusammen, die durch Ionisations- oder Anregungsprozesse entstanden sind. Dabei wird die maximal mögliche Energie W_{max} , die ein solches Teilchen durch seine Geschwindigkeit zur Verfügung hat, nur sehr selten an das durchdrungene Material abgegeben.

Somit wird vor allem beim Durchdringen eines dünnen Materialstücks fast nie die maximal mögliche Energie deponiert. Eine charakteristische Beschreibung dieser Häufigkeitsverteilung der Energien ist in dünnen Absorbern die Landauverteilung [8].

Die Landauverteilung ist eine stark asymmetrische Funktion, die ähnlich einer Gaußglocke ansteigt, ein Maximum hat, und wieder abfällt, aber mit einem lang auslaufenden Schwanz in Richtung der maximalen Energien, wie in Abbildung 2.3 zu sehen ist.

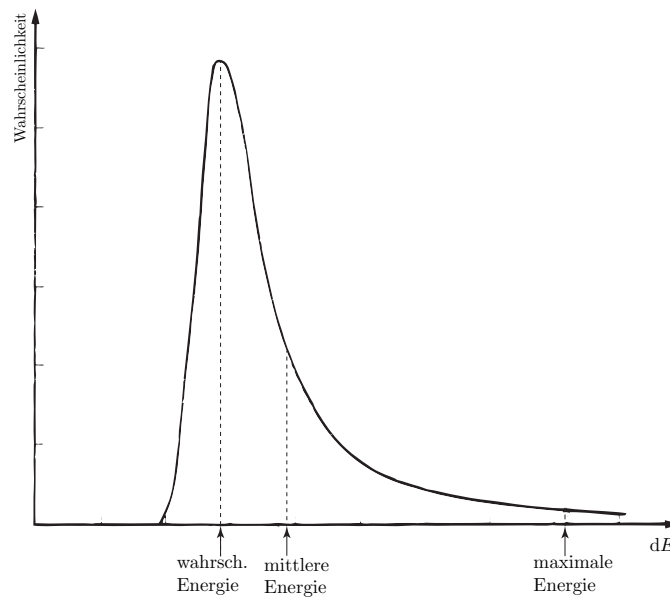


Abb. 2.3: Typische Verteilung des Energieverlusts in einem dünnen Absorber [7].

Durch den lang auslaufenden Schwanz der hohen Energien ist die mittlere Energie größer als die wahrscheinlichste Energie, sodass bei dieser Verteilung der Peak nicht mit der mittleren Energie übereinstimmt.

2 Das Myon und seine ionisierende Wirkung

Für sehr dicke Materialien gleicht sich die Verteilung der Energien einer Gaußglocke an. Für den Übergang einer symmetrischen in eine asymmetrische Funktion, lässt sich ein Übergang definieren:

$$\kappa = \frac{\xi}{W_{max}} \quad \text{mit} \quad \xi = \frac{K}{\beta} \cdot d.$$

Dabei ist K in der Bethe-Bloch-Formel (2.3) definiert und d beschreibt die Dicke des Materials. Für $\kappa \rightarrow 0$ beschreibt $L(\lambda)$ den Energieverlust in der Form einer Landauverteilung. Allgemein gilt für $L(\lambda)$:

$$L(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty e^{-u} \ln(u) - u\lambda \sin(\pi u) du \quad \text{mit} \quad \lambda = \frac{dE - (dE)_w}{\xi}.$$

Dabei bezeichnet $(dE)_w$ den wahrscheinlichsten Wert der Energie und wird beschrieben durch:

$$(dE)_w = \xi \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} \right) + \ln \left(\frac{\xi}{I} \right) + 0,2 - \beta^2 - \delta(\beta\gamma) \right] \quad (2.5)$$

Die Halbwertsbreite der Landauverteilung ist unabhängig von allen anderen Parametern von $L(\lambda)$ ungefähr 4ξ [9].

3 Der Pixeldetektor, sein Aufbau und seine Funktionsweise

Die Eigenschaften des Myons, Materie zu durchdringen und dabei Energie in ihr zu hinterlassen, werden zu seiner Detektion genutzt. Bei der Bestimmung der Verteilung der Einfallswinkel aller Myonen wurde ein Pixeldetektor zur Verfügung gestellt.

Während beim ATLAS-Experiment alle 25 ns eine pp -Kollision im LHC stattfindet, bei der gezielt Myonen erzeugt werden, wurde hier mit kosmischen Myonen gearbeitet. Deren Einfallswahrscheinlichkeit ist nach Gleichung (2.1) deutlich geringer mit $1 \frac{\text{Myonen}}{\text{cm}^2 \cdot \text{min}}$. Die Auslese des Detektors ist auf das Zeitintervall der 25 ns abgestimmt. Trotzdem ist die Verarbeitung der Treffer für kosmische Myonen gleich, sodass auf diese Gegebenheit besonders zu achten ist.

Im Folgenden wird sowohl auf die elektronischen Elemente, als auch auf die physikalischen Zusammenhänge beim Arbeiten mit einem Pixeldetektor eingegangen.

3.1 Technische Elemente und ihre physikalischen Eigenschaften

3.1.1 Silizium, ein Halbleiter zur Ladungsdetektion

Wie in Abschnitt 2.2 erläutert, hinterlässt ein Myon, nahezu materialunabhängig, etwa eine Energie $\langle \Delta E \rangle = 1,5 \frac{\text{Mev cm}^2}{\text{g}} \cdot \rho \cdot d$. Wobei $\langle \Delta E \rangle$ die mittlere deponierte Energie pro Wegstück d ist und ρ die Dichte des Materials. Um diese Energie messen zu können, benötigt man ein Material, das schon bei geringer Energiezufuhr ionisiert. Die freigewordenen Ladungsträger, in Form von Elektron-Loch-Paaren, können danach durch ein außen anliegendes Feld abgezogen und gezählt werden.

3 Der Pixeldetektor, sein Aufbau und seine Funktionsweise

Diesen Zweck erfüllt beim Pixeldetektor der Halbleiter Silizium, mit einer Dichte von $\rho_{Si} = 2,336 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. In ihm sind der Abstand von Valenz- und Leitungsband mit $E_B = 1,12 \text{ eV}$ klein und somit ist nur eine geringe Energie zum Erzeugen eines Elektron-Loch-Paares nötig. Als Mittelwert zum Erzeugen eines Elektron-Loch-Paares werden dagegen $W_{Si} = 3,6 \text{ eV}$ benötigt, da zusätzlich Gitterschwingungen angeregt werden.

Bei einer Dicke des Siliziums von $d = 250 \mu\text{m}$ ergibt sich für die deponierte Energie ΔE :

$$\begin{aligned}\langle \Delta E \rangle &= 1,5 \cdot \rho_{Si} \cdot d \\ &= 1,5 \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}} \cdot 2,336 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 10^{-4} \text{ cm} \\ &\approx 0,1 \text{ MeV}\end{aligned}$$

Woraus sich die Anzahl der Ladungsträger $Q_{\Delta E}$ durch z.B. Myonen berechnen lässt mit:

$$\begin{aligned}Q_{\Delta E} &= \frac{\langle \Delta E \rangle}{W_{Si}} = \frac{0,1 \cdot 10^6}{3,6} \approx 27 \cdot 10^3. \\ \Rightarrow \langle \Delta E \rangle &= Q_{\Delta E} \cdot W_{Si}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Des Weiteren befinden sich von Anfang an freie Ladungsträger q_f im Silizium, welche von der geringen Bandlücke abhängig sind. Im thermischen Gleichgewicht beschreibt der folgende Zusammenhang die Anzahl der Löcher bzw. Elektronen:

$$q_f \propto T^{3/2} e^{-\frac{E_B}{2k_B T}},\tag{3.2}$$

mit der Temperatur T des Materials und k_B der Boltzmannkonstante.

Bei $T = 300 \text{ K}$ liegen zum Beispiel bei Silizium etwa $q_f \approx 1,5 \cdot 10^{10}$ Elektronen pro cm^3 vor.

Somit sind im Silizium, auch ohne Einfluss der ionisierenden Strahlung, freie Ladungsträger vorhanden. Diese müssen kontinuierlich abgezogen werden, um eine Aussage über hinzukommende Ladungsträger durch Myonen machen zu können [7]. Des Weiteren muss ein Feld von Außen angelegt werden, um die durch Myonen freigewordene Ladung abzutransportieren. Die technische Umsetzung erfolgt in den meisten Siliziumdetektoren durch eine pn-Dotierung des Siliziums.

Das in Gleichung (3.2) berechnete Verhältnis von freien Ladungen kann verschoben werden. Dies geschieht, indem Atome in das Siliziumgitter eingebracht werden, die ein Hüllenelektron mehr (n -Dotierung) oder weniger (p -Dotierung) besitzen als Silizium.

In Abbildung 3.1 grenzen ein p -dotierter(p) und ein n -dotierter(n) Bereich aneinander, sodass sich beim Übergang eine wenige Mikrometer dicke ladungsfreie Raumladungszone R ausbildet. In dieser diffundieren die überschüssigen Elektronen der n -Schicht in die freien Löcher der p -Schicht und umgekehrt, sodass sich dort die Ladungen ausgleichen und keine freien Ladungen mehr existieren. Als Folge ist der elektrische Widerstand recht hoch.

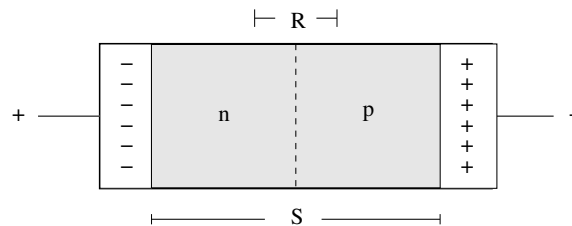


Abb. 3.1: Schematische Darstellung der pn-Schicht.

Ist R maximal ausgedehnt, bildet sich ein elektrisches Feld aus, das die zusätzlich freiwerdenden Elektronen aus der n -Schicht sowie Löcher aus der p -Schicht abstößt und dessen Potenzial als U_{in} bezeichnet wird.

Genau diese Schicht ist zur Detektion von Ladungen interessant. Sie kann wesentlich ausgedehnt werden, wenn ein negatives Potenzial an die p -Schicht angelegt wird. Dadurch werden die frei beweglichen Löcher zur Spannungsquelle gezogen und der Zwischenraum ladungsfrei. Analog hat ein positives Potenzial dieselbe Auswirkung auf die freien Elektronen der n -Schicht. Somit verbreitert sich R zur Raumladungszone mit Spannung S . Je größer die angelegte äußere Spannung U_{ext} ist, desto breiter ist S , wie man auch in der Abbildung 3.1 erkennen kann.

Ihre Dicke d kann berechnet werden mit:

$$d \approx \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon(U_{ext} - U_{in})}{e|N_{eff}|}}$$

Wobei ε die Dielektrizitätskonstante des Siliziums, ε_0 die Permittivität von Vakuum und N_{eff} die optimale Differenz der Konzentrationen der Donator- und Akzeptorver-

unreinigung darstellt.

Die so entstandene breite Raumladungszone S kann zur Ladungsdetektion verwendet werden. Tritt ein ionisierendes Teilchen in den Detektor ein, das genug Energie hat, ein Elektron aus dem Silizium zu lösen, wird dieses sogleich zu einer der Elektroden gezogen und ein zusätzlicher Strompuls gemessen. Das zugehörige Loch driftet zur anderen Seite. Je Größer die anliegende Spannung ist, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein gelöstes Elektron wieder bindet sondern gleich abgezogen und so registriert wird. Gleichzeitig muss die Spannung unter der Durchbruchspannung bleiben, damit die pn -Schicht, welche ein diodenähnliches Verhalten aufweist, nicht leitend wird.

Mit der Ionisationsenergie $W_{\text{Si}} = 3,6 \text{ eV}$, um ein Elektron-Loch-Paar aus dem Silizium zu lösen, kann umgekehrt auch die mittlere deponierte Energie $\langle \Delta E \rangle$ nach Gleichung 3.1 berechnet werden.

Diese im Silizium frei gewordenen Ladungsträger $Q_{\Delta E}$ werden meistens in einer direkten Messung ausgelesen. Das dazu benötigte technische Element ist der Stromintegrator, der im Folgenden erklärt wird.

3.1.2 Der Stromintegrator

Ein wesentlicher Bestandteil des Stromintegrators ist der Operationsverstärker A , der mit dem Rückkopplungskondensator C_R parallel geschaltet ist. Die zu messende Ladung Q_{Signal} aus dem Pixeldetektor wird als U_{in} in den Operationsverstärker geleitet, durch den im Idealfall kein Strom fließt. Dieser transformiert die Spannung zu $U_{out} = -A \cdot U_{in}$. Der Aufbau ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Dabei sind $Quelle$ und C_d zusammen genommen als Siliziumdetektor zu verstehen.

Um Q_{Signal} zu erhalten, muss die Ladung Q_d des Detektorkondensators C_d und die Ladung des Rückkopplungskondensators Q_R addiert werden.

Die Spannung, die an C_R anliegt, ist die Differenz von U_{out} und U_{in} , sodass sich

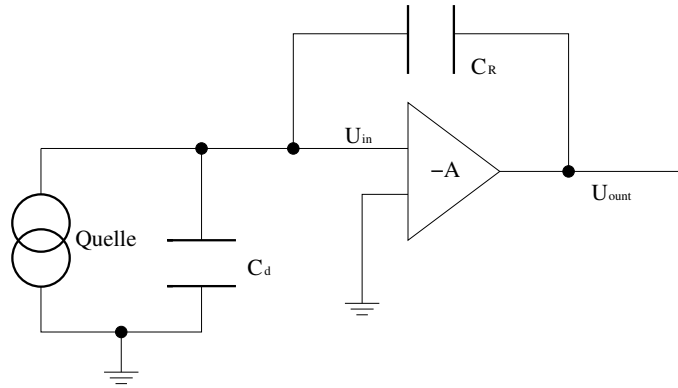


Abb. 3.2: Schematischer Aufbau des Stromintegrators mit Operationsverstärker A .

ergibt:

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{Signal}} &= Q_d + Q_R && \text{mit } Q = C \cdot U \text{ und } U_R = U_{\text{out}} - U_{\text{in}} \\
 &= C_d \cdot U_{\text{in}} + C_R(U_{\text{out}} - U_{\text{in}}) && \text{mit } U_{\text{in}} = -\frac{U_{\text{out}}}{A} \\
 &= -C_d \frac{U_{\text{out}}}{A} + C_R \left(U_{\text{out}} + \frac{U_{\text{out}}}{A} \right) \\
 &= U_{\text{out}} \left(-\frac{C_d}{A} + \frac{C_R}{A} + C_R \right)
 \end{aligned}$$

Mit einer sehr großen Verstärkung A folgt dann:

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{Signal}} &= \lim_{A \rightarrow \infty} U_{\text{out}} \left(C_R \underbrace{\frac{1+A}{A}}_{\rightarrow 1} - \underbrace{\frac{C_d}{A}}_{\rightarrow 0} \right) \\
 &= U_{\text{out}} \cdot C_R
 \end{aligned}$$

Nach jedem registrierten Signal muss der Rückkopplungskondensator vollständig entladen werden. Dies kann geschehen, indem ein Widerstand oder eine Gleichstromquelle parallel zu C_R geschaltet wird.

3.1.3 Rauschen in der Elektronik

Sowohl der Sensor als auch die Elektronik wird von sogenanntem Rauschen beeinflusst. Hierfür gibt es drei Hauptgründe:

Thermisches Rauschen kommt zustande, da es in jedem Leiter thermische Schwankungen in der Verteilung der Ladungsträger gibt.

Der Einfluss des thermischen Rauschens ist konstant in der Frequenz und proportional zur Temperatur.

Schrotrauschen tritt dann auf, wenn Ladungsträger eine Potenzialbarriere, wie die *pn*-Schicht, überwinden müssen, und dabei Schwankungen in der Zahl der Ladungsträger entstehen.

Der Einfluss des Schrotrauschens ist konstant in der Frequenz und proportional zu dem Strom, der die Potenzialbarriere überwinden muss.

Niederfrequentes 1/f-Rauschen wird auch Rosa Rauschen genannt und nimmt, wie sein erster Name sagt, mit steigender Frequenz ab. Sein Ursprung hat viele Quellen, so wie z.B. die Anzahl der freien Ladungsträger im Halbleitermaterial und ist dabei nicht vollkommen zeitunabhängig.

Der Einfluss des Rosa Rauschens ist proportional zur Rausch-Frequenz f_R^c , wobei $c = 0,5 \dots 2$.

Um dieses Rauschen von den eigentlichen Treffern der geladenen Teilchen zu unterscheiden, wird ein Diskriminator verwendet, der im nächsten Kapitel näher erläutert wird.

3.1.4 Der Diskriminator

Der Diskriminator hat die Aufgabe, zu entscheiden, ob ein gemessener Ladungspuls groß genug ist, um von einem geladenen Teilchen zu stammen. Dazu wird ein Schwellenwert T ($\hat{=}$ *threshold*), den der Impuls überschreiten muss, definiert. Mit der so gewonnenen Selektion von guten und unbrauchbaren Treffern, kann die weitere Datenverarbeitung erleichtert werden, da wesentlich weniger Daten weiterverarbeitet werden müssen.

Bei einer guten Form des Eingangssignals am Diskriminator kann ein Zusammenhang zwischen der „Zeit über dem Schwellenwert“ ToT ($\hat{=}$ *time over threshold*) und der Höhe des Signals gefunden werden. Dabei zeichnet sich ein gutes Signal dadurch aus, dass eine lange Abklingzeit im Verhältnis zur Zeit des Anstiegs registriert wird. Wie in Abbildung 3.3 gezeigt, wird zum Ermitteln der ToT die Zeitdifferenz zwischen der ersten Überschreitung der Schwelle t_1 und dem ersten Unterschreiten der Schwelle t_3 ermittelt.

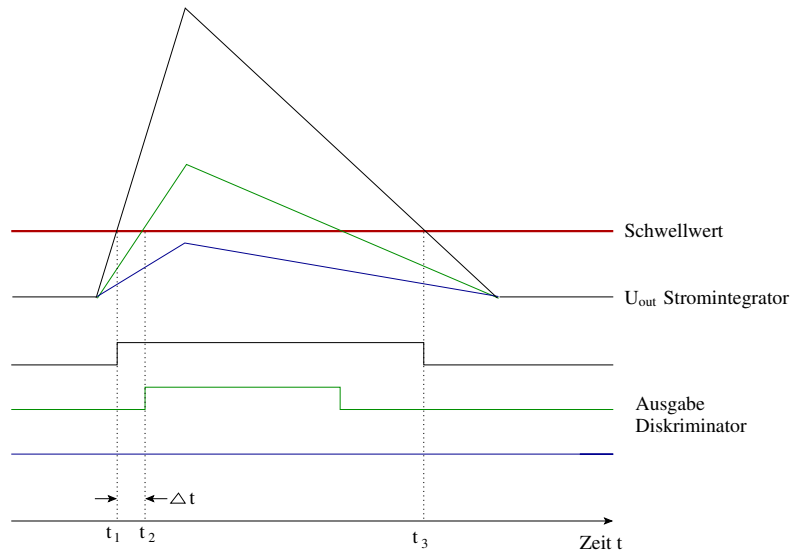


Abb. 3.3: U_{out} des Stromintegrators für drei verschiedene Werte, mit großem, kleinem und zu kleinem Ladungssignal; Ausgabe des Diskriminators.

Es wird von einem linearen Abklingverhalten ausgegangen, sodass ein proportionaler Zusammenhang zwischen Signalstärke und ToT besteht, der es ermöglicht, aus der ToT die Signalstärke und mit dieser die induzierte Ladung zu berechnen.

Trifft demnach ein Myon in der pn -Schicht ein und löst einen Ladungspuls aus, der über dem Schwellenwert liegt, so wird ein Treffer registriert. Aufgetragen gegen die Ladung, ergibt sich eine Stufenfunktion, wie in der Abbildung 3.3 mit der Beschriftung „Ausgabe Diskriminator“ zu sehen ist.

Liegt der Ladungspuls unter der Schwelle, so wird kein Treffer registriert und die Funktion bleibt konstant Null.

Sind dagegen Ladungspuls und Schwelle sehr dicht beieinander, wird der Wert manchmal getriggert, da das Rauschen einen Einfluss auf die Elektronik hat. Mathematisch kann dieses zufällig erscheinende Rauschen durch eine Gaußfunktion ausgedrückt werden.

Ein wichtiger Punkt, der bei weiterer Betrachtung der so ermittelten Treffer an Relevanz gewinnt, ist die in Abbildung 3.3 gezeigte Zeitdifferenz Δt . Sie beschreibt die Zeitspanne, in der gleichzeitig eingegangene Signale versetzt registriert werden. Durch den flacheren Anstieg des Graphen von kleineren Ladungsmengen im Verhältnis zu großen Ladungsmengen, wird der Schwellenwert erst nach einem Zeitintervall

Δt überschritten und somit der Treffer später erkannt.

Demnach werden große Ladungsmengen tendenziell vor kleinen Ladungsmengen detektiert und daher dokumentiert, was eine zeitliche Aussage über das Eintreffen der geladenen Teilchen erschwert.

3.2 Entstehung und Auslese eines Pixelsignals

Im vorangegangenen Unterkapitel sind die einzelnen technischen Elemente eines Pixeldetektors aufgezählt und diskutiert worden. Dieses Kapitel soll sich damit befassen, den Versuchsaufbau des Pixeldetektors und seine zugehörigen Bestandteile zu erläutern.

3.2.1 Der Pixeldetektor

Der genutzte Pixeldetektor besteht aus dem Pixel-Auslese Chip und einem Silizium Sensor, wie er auch in Abbildung 3.4 rechts zu sehen ist. Der Namen Pixeldetektor leitet sich daraus ab, dass der Sensor in kleine Pixel der Größe $50 \times 400 \mu\text{m}^2$ in 160 Reihen und 18 Spalten eingeteilt ist. Nur in der 0. und 17. Spalte haben die Pixel ein Format von $50 \times 600 \mu\text{m}^2$. Die Dicke des Sensors beträgt dabei $250 \mu\text{m}$.

Jeder einzelne Pixel ist individuell mit einem Kanal des Auslese-Chips durch ein leitendes Kügelchen verbunden. Diese Verbindung kann z.B. ein Zinnkügelchen von wenigen μm Durchmesser sein, über das frei gewordene Ladungsträger im Silizium abfließen können, um ausgelesen zu werden. Zuvor wird die Verarmungsspannung angelegt, um das Silizium von freien Ladungen zu befreien. Eine schematische Darstellung ist in Abbildung 3.4 links zu sehen.

Das so erhaltene Ladungssignal wird für jeden Pixel von einem Stromintegrator, siehe Kapitel 3.1.2, über einen Operationsverstärker ausgelesen und an den Diskriminator, wie in Kapitel 3.1.4 beschrieben, weitergeleitet. Dabei wird der Rückkopplungskondensator über einen konstanten Gleichstrom entladen, den die Chip-Konfiguration kontrolliert.

Zur Kalibrierung der Ladung können Ladungspulse erzeugt werden. Dazu wird eine regelbare Spannung V_{CAL} benötigt, die zur Versorgungsspannung V_S des gesamten

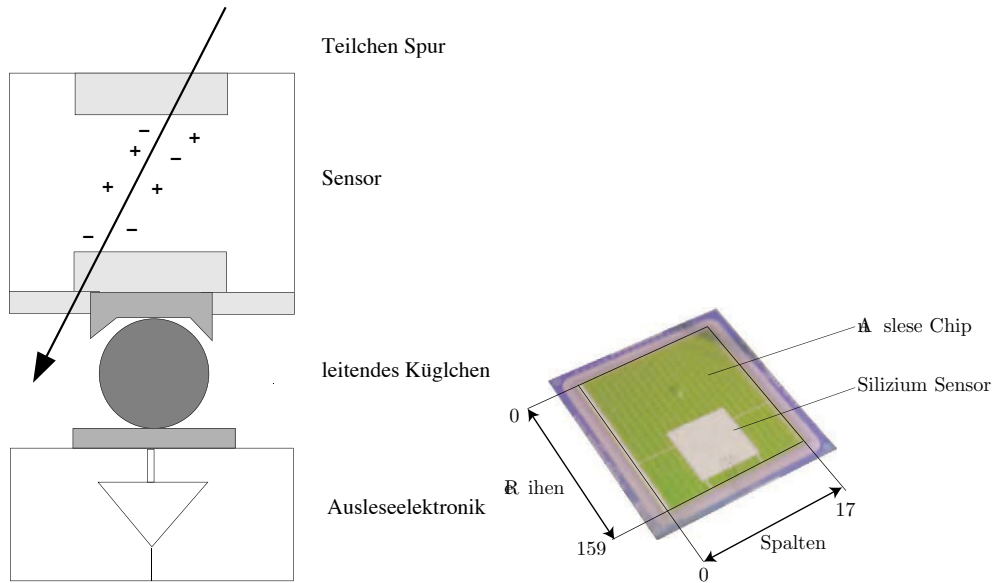


Abb. 3.4: Schematische Darstellung einer Pixel-Zelle, die durch ein leitendes Kügelchen mit der Auslese verbunden ist (links), Pixeldetektor-Einheit(rechts).

Analogteils geschaltet werden kann. Dadurch wird eine kastenförmige Spannung injiziert, welche in einen Kondensator der Kapazität C eingespeist wird. Mit $U \cdot C = Q$ wird ein regelbarer Ladungspuls Q generiert, welcher jetzt in den Operationsverstärker geleitet wird. Dabei kann C entweder eine niedrige Kapazität C_{low} oder eine höheren Kapazität C_{high} sein. Bei Myonen ist der Ladungspuls eher gering, sodass die niedrige Kapazität $C_{low} = 7,434 \mu\text{F}$ ausreicht. Diese Injektion wird von einem seriellen Signal von Außen durchgeführt.

3.2.2 Das SingleChip Board und das USBPix Board

Die Elektronik des Versuchsaufbaus besteht aus dem SingleChip Board, welches mit dem USBPix Board und dieses mit dem Computer verbunden ist.

Auf dem SingleChip Board, wie es in Abbildung 3.5 zu sehen ist, befindet sich die Pixeldetektor-Einheit unter der transparenten Abdeckung. Bevor man die Verarmungsspannung hinzuschaltet, muss dieser vor einfallendem Licht geschützt werden. Dafür ist eine schwarze Abdeckung vorgesehen, damit Photonen die Messung nicht beeinflussen oder die Elektronik überlasten. Über den Parallelport lässt sich der Detektor mittels digitaler Datensignale kontrollieren und auslesen. Üblicherwei-

3 Der Pixeldetektor, sein Aufbau und seine Funktionsweise

se ist dieser mit dem USBPix Board verbunden. Über eine der Lemo-Buchsen wird die Verarmungsspannung hinzugefügt.

Außerdem können einige Überwachungssignale über die Testpads abgegriffen werden, um z.B. die Ausgabe des Diskriminators zu beobachten oder V_{CAL} fortwährend zu überprüfen.

Wie der Name des USBPix Board vermuten lässt, kann dieses mit Hilfe eines USB-Anschlusses mit einem Computer verbunden werden, wie in Abbildung 3.6 markiert ist. Der Anschluss zum SingleChip Board ist hier mit dem zugehörigen Flachbandkabel zu sehen. Die markierten Lemo-Buchsen zeigen den Ausgang des seriellen Signals, sowie den Eingang für externe Triggersignale und den gemeinsamen Ausgang aller Diskriminatoren auf dem Auslese Chip an.

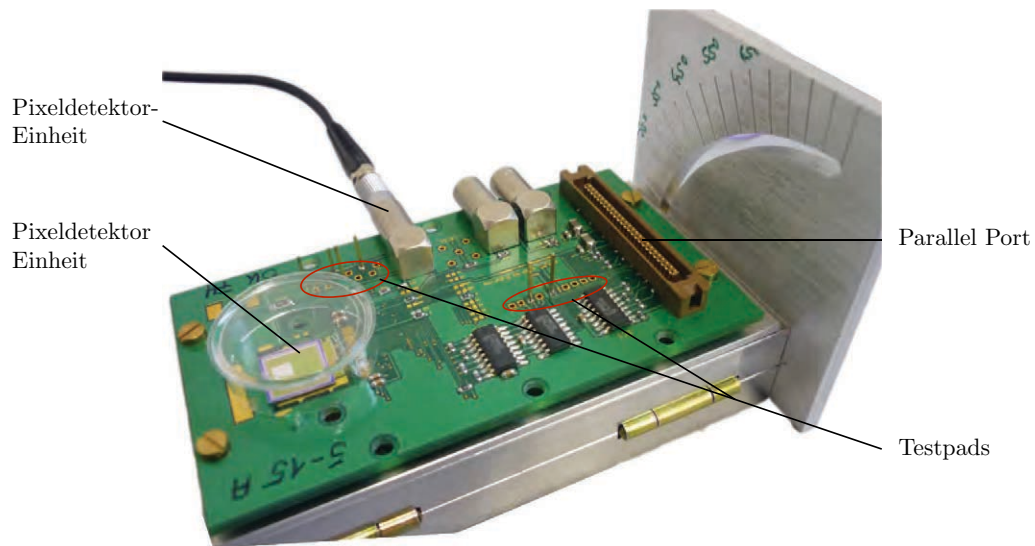


Abb. 3.5: Foto des genutzten winkelverstellbaren SingleChip Board, mit Markierungen für den Parallelport, die Pixeldetektor-Einheit, den Testpads sowie dem Anschluss für die Verarmungsspannung.

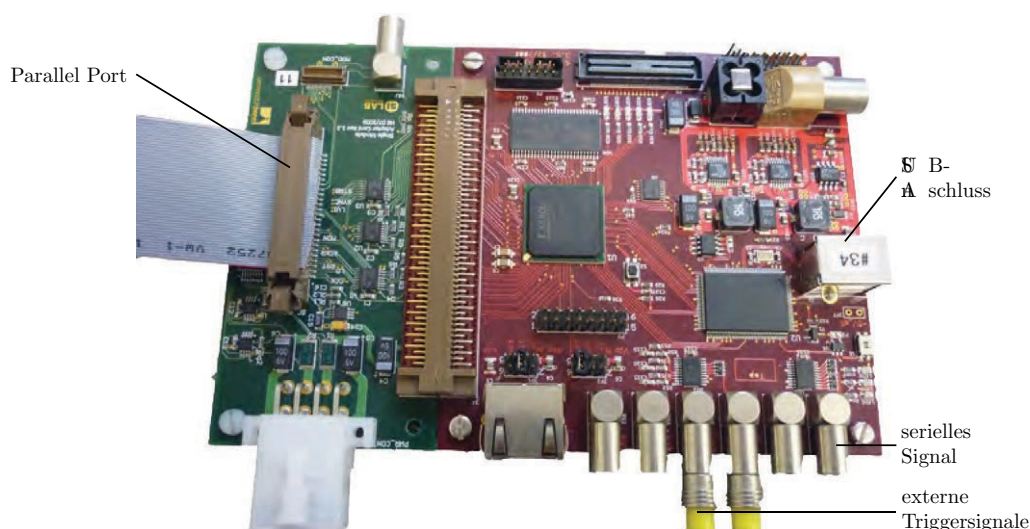


Abb. 3.6: Foto des genutzten USBPix Board, mit Markierungen für den Parallelport, die USB-Anschluss-Buchse sowie die verschiedenen Lemo-Buchsen für das serielle Signal und einem Eingang für externe Triggersignale.

3.2.3 Die Datennahme und das Format der Datenausgabe

Dieser Versuchsaufbau wird mit Hilfe einer grafischen Oberfläche, dem data taking GUI, am Computer gesteuert. Im Folgenden werden die genutzten Funktionen kurz dargelegt.

Kalibrierung Vor jeder Datennahme muss das Bord neu konfiguriert werden. Danach ist es möglich auf die einzelnen Einstellungen des USBPix Board sowie die Pixeldetektor-Einheit zuzugreifen.

Pixeldetektor-Einheit Die hier vorzunehmenden Änderungen beziehen sich auf die Einstellungen der Pixel. Es ist möglich die Schwelle des ToTs zu verändern, sowohl global, als auch für jeden Pixel einzeln. Weiterhin können einzelne Pixel maskiert werden, sodass sie keine Ladungspulse mehr weiterleiten, falls die Pixelzelle so weit geschädigt ist, dass sie ein sehr hohes Rauschen aufweist. Diese Einstellungen müssen an den Auslese Chip weitergeleitet werden.

Automatische Scans Diese erlauben es z.B. die Schwellspannung der einzelnen Pixel bei gleicher induzierter Ladung automatisch aufzuzeichnen, oder auch eine ToT-Kalibrierung via V_{CAL} durchzuführen. Letzteres wurde benutzt, um die

3 Der Pixeldetektor, sein Aufbau und seine Funktionsweise

induzierte Ladung in den einzelnen Pixeln aus der ToT zu bestimmen, siehe dazu Kapitel 4.1.

Source-Scan Messungen Diese Option der Datennahme, wurde genutzt, um Myonen zu detektieren. Da die Größe des Pixeldetektors etwa einem cm^2 entspricht, ist die Zahl der Myonen mit einer Rate von einem Myon pro Minute, nach Kapitel 2.1, nicht sehr groß. Eine Messung von 10.000 Myonen würde demnach sieben Tage dauern. Allerdings ist die Inbetriebnahme der Ausleseelektronik von mehr als drei Tagen schädigend für diese, da eine Verarmungsspannung von etwa 100 V anliegt und die Leiterbahnen geschädigt werden können.

Datenformat Die ausgegebenen Daten liegen im .raw Format vor und beinhalten die Datenbits im hexadezimal-Format der Form *Raw data* : $0x80000101$, sowie die dort gespeicherten Informationen in Tabelle 3.1.

	<i>BCID</i>	Spalte	Reihe	par1	par2	ToT
Treffer:	8	10	104	0	0	53
kein Treffer:	8	2	240	0	0	56

Tab. 3.1: Beispiel des Formats der erhaltenen Daten.

Dabei bezeichnet *BCID* den Bunch-Crossing ID, welche die Nummer des Events angibt. Gezählt wird von 0 bis 15, wobei eine Datenreihe auch später anfangen oder früher abbrechen kann.

Der Auslese Chip triggert sich alle 25 ns 16 mal selbst. Auch ohne registrierten Treffer wird dennoch ein Eintrag mit der entsprechenden *BCID* geschrieben. Diese haben zur Unterscheidung von echten Treffern, die einen Spalteneintrag von 0 bis 159 haben, einen Spalteneintrag von 240.

Durchdringt ein geladenes Teilchen den Pixeldetektor, so wird der Treffer ausgelesen. Wird mehr als ein Pixel angesprochen, können auch mehrere Signale innerhalb eines $25 \mu\text{s}$ Auslesefensters mit einem Triggersignal registriert werden. In diesem Fall steht dieselbe *BCID* vor den jeweiligen Treffern.

Für die weitere Betrachtung und zur Winkelberechnung sind Spalte, Reihe und ToT relevant. Die *BCID* wird nicht benötigt, da jeder neuer Treffer mit einem zusätzlichen *Raw data* Eintrag gekennzeichnet ist.

Ein typischer Teilchendurchgang mit vier angesprochenen Pixeln ist in Tabelle 3.2 zu sehen, wobei alle Einträge untereinander gespeichert werden und nur aus Platzgründen hier in drei Spalten nebeneinander aufgelistet sind.

Die grün markierten Speicheradressen zeigen den Anfang eines neuen Ereignisblocks an, in dem hauptsächlich leere Einträge gespeichert und durch die rot markierte 240 zu erkennen sind.

Die blauen Einträge zeigen dagegen an, dass ein ionisierendes Teilchen in vier Pixeln genug Energie deponiert hat, um die Schwelle des Diskriminators zu übersteigen und so einen Treffer zu signalisieren.

Raw data: 0x80001300	Raw data: 0x9f019800	Raw data: 0x0f052000
Raw data: 0x6f001800	9 3 240 0 0 57	0 10 240 0 0 64
6 0 240 0 0 54	Raw data: 0xaf021800	Raw data: 0x1f05a000
Raw data: 0x7f009800	10 4 240 0 0 58	1 11 240 0 0 65
7 1 240 0 0 55	Raw data: 0xbf029800	Raw data: 0x2f062000
Raw data: 0x86750c00	11 5 240 0 0 59	2 12 240 0 0 66
8 10 103 0 0 24	Raw data: 0xcf031800	Raw data: 0x3f06a000
Raw data: 0x86851a80	12 6 240 0 0 60	3 13 240 0 0 67
8 10 104 0 0 53	Raw data: 0xdf039800	Raw data: 0x4f072000
Raw data: 0x8f011800	13 7 240 0 0 61	4 14 240 0 0 68
8 2 240 0 0 56	Raw data: 0xef041800	Raw data: 0x5f07a000
Raw data: 0x96a50200	14 8 240 0 0 62	5 15 240 0 0 69
9 10 106 0 0 4	Raw data: 0xff049800	Raw data: 0x80001401
Raw data: 0x96950400	15 9 240 0 0 63	
9 10 105 0 0 8		

Tab. 3.2: Beispiel eines Teilchendurchgangs mit 4 angesprochenen Pixeln.

Manche Ereignisblöcke sind von Anfang an fehlerbehaftet.

Jeder Ereignisblock hat nach dem „Raw data:“ die einleitende 0x80 Kennung, während die letzten zwei Ziffern der Zeile 00 oder 80 lauten müssen. Erst dann liegt ein verwertbarer Block vor. In Tabelle 3.1 ist somit ein fehlerfreier und verwertbarer Ereignisblock zu sehen. Der sich anschließende Block mit der Kennung „Raw data: 0x80001401“ dagegen, ist fehlerbehaftet und sollte nicht ausgewertet werden.

4 Datenverarbeitung und Bestimmung der Winkelintervalle der Myonen

Mein Ziel ist nun, aus den Daten des Pixeldetektors die Winkelverteilung der Myonen zu bestimmen. Hierzu müssen zuerst die aufgenommenen Daten aufbereitet werden, da sie mehr Informationen enthalten, als zur Spurbestimmung nötig sind. Anschließend können die einzelnen Treffer blockweise ausgewertet werden, indem ein zugehöriges Winkelintervall bestimmt wird.

Ein Block beschreibt dabei immer die in einem Zeitfenster von 25 ns registrierten Treffer ohne Leerdaten. Ein einzelner Treffer wäre somit ein Einer-Block, drei Treffer dagegen ergeben einen 3er-Block.

Abhängig von der Blockgröße variiert der mögliche Winkelbereich, unter dem das Myon eingetroffen sein kann. Bei einem Einer-Block zum Beispiel muss immer ein Treffer von 90° angenommen werden, während dieser Winkel bei einem Fünfer-Block nicht auftritt.

4.1 Aufbereitung der Daten mit C++

Um das in Kapitel 3.2.3 vorgestellte Datenformat einfacher handhaben zu können, werden die Daten in einer weiteren *.txt* Datei zwischengespeichert, die nur die relevanten Treffer enthält und einzelne Blöcke voneinander trennt. Gleichzeitig werden beim Erstellen der Datei die Ereignisblöcke gezählt, um sicherzugehen, dass die Anzahl der Ereignisblöcke mit der des Ausleseprogramms übereinstimmt. Der vorgestellte Vierer-Block in Tabelle 3.1 ist in Tabelle 4.1 im neuen Format dargestellt.

8	10	103	0	0	24
8	10	104	0	0	53
9	10	106	0	0	4
9	10	105	0	0	8

Tab. 4.1: Beispiel eines Teilchendurchgangs mit vier angesprochenen Pixeln im neuen Datenformat.

Aus der erhaltenen Ereignisblockdatei wird eine Datentabelle erstellt, die zu Beginn nur die Informationen über Spalte, Reihe und ToT enthält, oder das Ende eines Blocks mit einem Trennstrich anzeigt.

Um festzustellen, ob es sich bei den gemessenen Daten wirklich um Myonen handelt, wurde für jeden Eintrag die deponierte Energie ΔE pro Block bestimmt. Zur Berechnung der Energie aus der ToT, wurde eine Kalibrierung von V_{CAL} und ToT durchgeführt. In Abbildung 4.1 sind die Pulse des V_{CAL} gegen die zugehörige ToT aufgetragen, welche im Anhang Tabelle 8.3.1 dokumentiert sind.

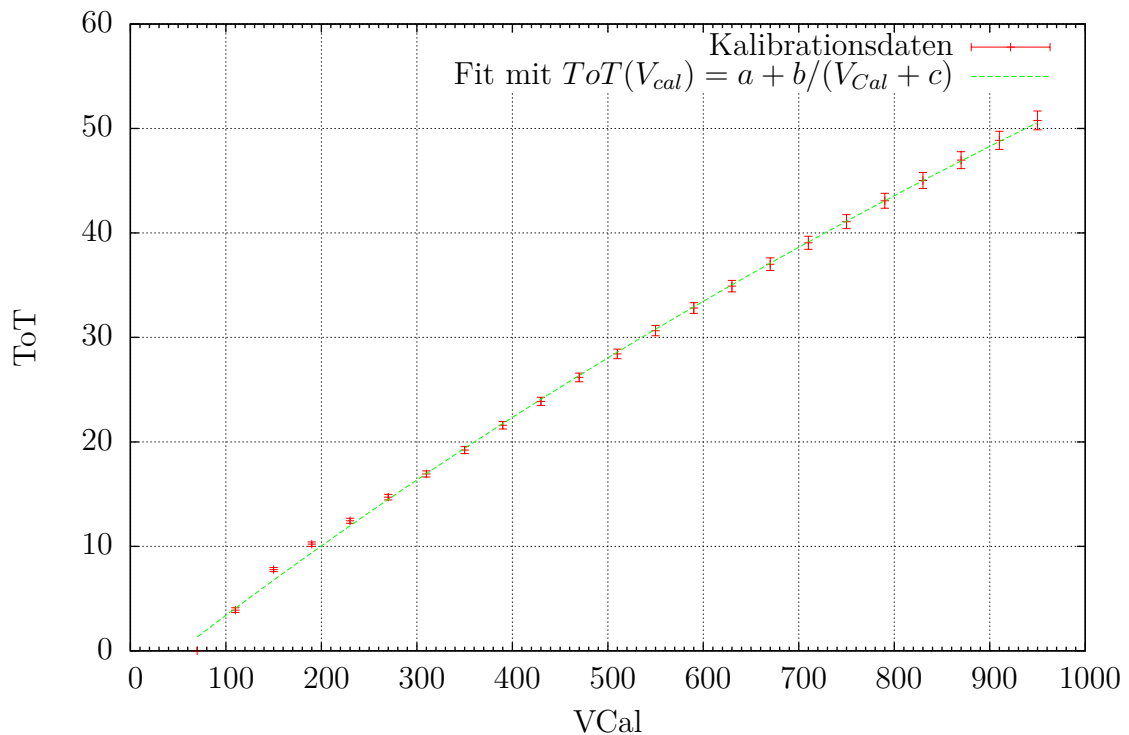


Abb. 4.1: Kalibrierung der ToT mit V_{CAL}

Die Regressionsfunktion

$$\text{ToT}(V_{CAL}) = a + \frac{b}{V_{CAL} + c}$$

ergibt sich aus der Betrachtung des Kalibrationskreises, unter der Annahme, dass sich der Kondensator C linear entlädt, wie in Kapitel 3.2.1 eingeführt. Diese Betrachtung ergibt sich aus dem Schwellenwert des Diskriminators, Kapitel 3.1.4.

Durch der Kalibrierung ergeben sich die Parameter a , b und c und durch die Regressionsfunktion kann aus der ToT V_{CAL} wie folgt bestimmt werden:

$$V_{CAL} = \frac{b}{\text{ToT} - a} - c$$

$$a \approx 255 \pm 25$$

$$b \approx -929000 \pm 204000$$

$$c \approx 3590 \pm 446$$

Somit kann die Ladung, welche im Silizium Chip des Sensors freigeworden ist, einfach aus der ToT mit

$$Q_{Signal} = V_{CAL} \cdot C_{low} \quad \text{mit} \quad C_{low} = 7,434 \mu\text{F}$$

berechnet werden. Der Wert für die Kapazität C_{low} des genutzten Kondensators ergibt sich nach Kapitel 3.2.1. Da jeder freigewordene Ladungsträger im Silizium eine Energie von $W_{Si} = 3,6$ eV benötigt, ergibt sich nach Gleichung (3.1) für die deponierte Energie in Ladungsträgern

$$\Delta E = Q_{Signal} \cdot 3,6 \text{ eV}.$$

Diese Energie ΔE wurde für jeden Pixel gespeichert und für Pixelblöcke auch die Summe der Einzelenergien.

Dabei wird angenommen, dass keine Myonen-Doppeltreffer im Silizium Chip registriert werden. Bei diesen treffen zwei Myonen gleichzeitig in der Pixeldetektor-Einheit ein und bilden einen Ereignisblock. Dieser könnte aus einer nicht zusammenhängenden Pixel-Kette bestehen, die einen Treffer registriert haben. Werden solche Treffer ausgeschlossen, so berühren sich die getroffenen Pixel bei einem Myonentreffer mindestens an einer Kante. Falls dies nicht der Fall ist, wird der Pixelblock aussortiert, da in einem solchen Fall von Rauschen oder Störtreffern auszugehen ist.

Ein solcher Eintrag bleibt bei den weiteren Berechnungen unberücksichtigt.

Der letzte Schritt in der Aufbereitung der Daten ist die Sortierung der Blöcke nach ihrer Größe. Dazu wurden die Einträge zwischen den Trennstrichen der Blöcke nach Einer-Blöcken, Zweier-Blöcken, Dreier-Blöcken usw. durchsucht und separat gespeichert.

4.2 Geometrische und energetische Betrachtung der Pixelblöcke

Der zweite Teil des C++ Programms beschäftigt sich mit der Berechnung der Winkel aus den verschiedenen Pixelblöcken.

Dabei werden besonders die Einer bis Vierer Pixelblöcke betrachtet, da diese im Verhältnis am häufigsten vorkommen. Etwa die Hälfte der registrierten Treffer sind Einer-Blöcke, wobei davon auszugehen ist, dass sehr viele keine Myonen sondern Rauschen sind. Der Anteil der Vierer-Blöcke ist bei einer 0° geneigten Platine etwa 15% und wird mit steigender Neigung des Pixeldetektors weiter zunehmen.

Der genaue Weg des Teilchens durch die Pixel, die aktiviert wurden, lässt sich nicht rekonstruieren, sodass nur eine Abschätzung des Winkels nach oben und unten möglich ist. Dabei ist ein möglichst senkrechter Durchgang durch die Pixel am kürzesten. Ein Weg durch die Raumdiagonale dagegen ist am längsten.

Im Allgemeinen werden zur Bestimmung des Einfallswinkels α geometrische Betrachtungen, wie in Abbildung 4.2 zu sehen, genutzt:

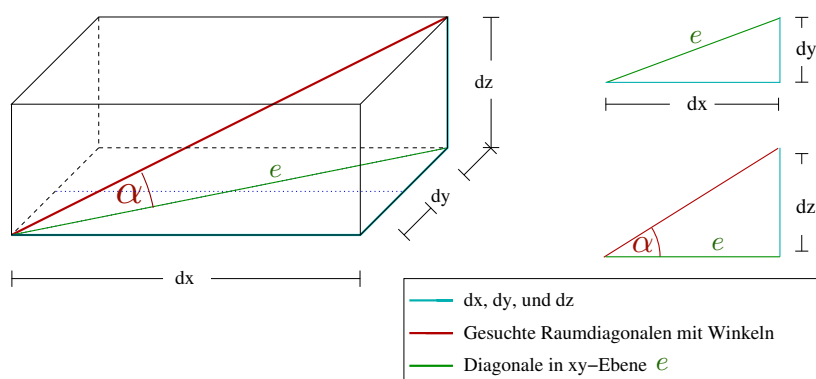


Abb. 4.2: Allgemeine geometrische Berechnung des Einfallswinkels.

Um den Winkel α im schematischen Pixel zu bestimmen, wird die Ebenendiagonale e wie folgt berechnet:

$$e = \sqrt{dx^2 + dy^2}.$$

Dabei entspricht $dx = 400 \mu\text{m}$ der Länge einer Reihe, $dy = 50 \mu\text{m}$ der Länge einer Spalte und $dz = 250 \mu\text{m}$ der Tiefe eines Pixels im Silizium Sensor. Mit der Ebenendiagonalen e , dz und dem Tangens kann danach α bestimmt werden

$$\alpha = \arctan\left(\frac{dz}{e}\right).$$

Unter dieser Voraussetzung werden die einzelnen Überlegungen für die Blöcke genauer erläutert. Um drei Viertel der Werte nicht mit denselben mittleren Winkeln beschreiben zu müssen, werden beim Einer- und Zweier-Block auch energetische Betrachtungen mit einbezogen.

Bei den angeführten maximalen und minimalen Teilchenwegen zur Berechnung der Ebenendiagonale e , handelt es sich immer um idealisierte Wege. Bei diesen wird nicht beachtet, dass die Ladungsmenge eines Myons in einem vorangegangenen oder folgenden Pixel zu klein gewesen sein könnte, um ein Signal zu senden.

4.2.1 Der Einer-Block

Da die Energie pro Teilchen schon berechnet wurde, kann ein mittleres Intervall gefunden werden, das die Energien gleichmäßig auf $i = 1, 2, \dots, 50$ Intervalle aufteilt. Die zu Grunde liegende Annahme ist, dass je größer die deponierte Energie, desto länger der mittlere Weg im Pixel pro Intervall und desto flacher der Einfallswinkel des Myons ist. Liegt die deponierte Energie des Myons weit über dem Mittelwert der Energien über alle Intervalle, so ist i nahe 50 und umgekehrt.

Da ein Winkel von 90° bei einem Pixel nie ausgeschlossen werden kann, liegen die Winkel zwischen 90° und α_1 , der in Abbildung 4.3 markiert ist. Der Wert für α_1 lässt sich mit den allgemeinen geometrischen Betrachtungen wie folgt ermitteln:

$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{dz}{\sqrt{dx^2+dy^2}}\right) \approx \arctan\left(\frac{250}{403}\right) \approx 32^\circ$. Mit Hilfe der Einteilung der Energien in Intervalle, wird die untere Grenze des Intervalls in Richtung der 90° verschoben, sodass gilt: $\alpha \in [90^\circ - (i - 1) \cdot (90^\circ - \alpha_1)/49, 90^\circ]$.

Somit ist für $i = 1$ der kürzeste Weg, auf Grund einer sehr niedrigen deponierten Energie zu erwarten und das zugehörige Intervall für $\alpha \in [90^\circ, 90^\circ]$. Somit wäre $\alpha = 90^\circ$. Für eine mittlere deponierte Energie ergibt sich ein $i = 25$ sodass $\alpha \in [62^\circ, 90^\circ]$.

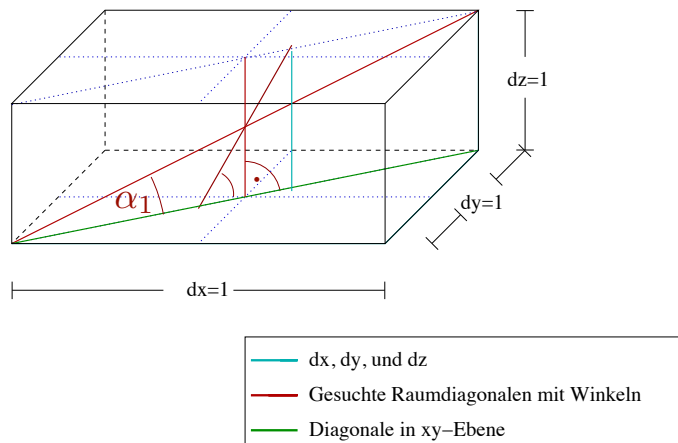


Abb. 4.3: Die Winkelspanne in einem Pixel beträgt: $32^\circ \lesssim \alpha_1 \leq 90^\circ$.

4.2.2 Der Zweier-Block

Um einen Zweier-Block zu bilden gibt es die in Abbildung 4.4 gezeigten drei Möglichkeiten. Dabei bezeichnet n , auch für alle folgenden Blöcke, die Anzahl der getroffenen Pixel. Die Zahlen $[\delta x, \delta y]$ bedeuten dabei, dass vom ersten getroffenen Pixel aus, die hinzukommenden Pixel in Richtung der Reihe x , bzw. der Spalte y registriert wurden. Bei $n = 2 : [0, 1]$ liegt der zweite getroffene Pixel in derselben Spalte, wie der zuerst getroffene Pixel.

2er Pixel-Cluster

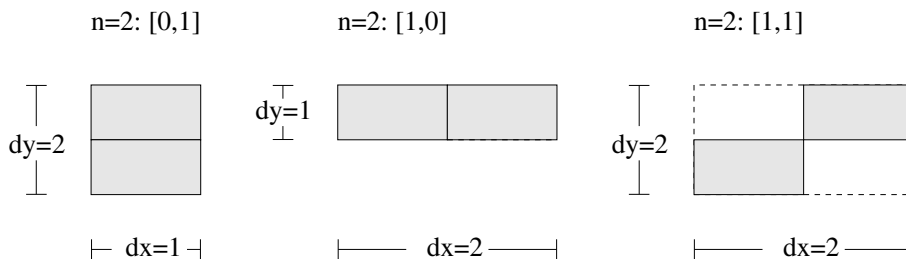


Abb. 4.4: Kombinationen der 2er-Blöcke.

Die Betrachtung der Energien wird hier durch das Verhältnis $\Delta E = \frac{\Delta E_1}{\Delta E_2}$ ausgedrückt, wobei ΔE_1 die Energie im zuerst getroffenen Pixel beschreibt und ΔE_2 die im zweiten. Es wurde die Annahme gemacht, dass der Detektor immer ganz durchdrungen wird und Teilchen nur von oben in den Detektor eindringen können.

Weitere Erläuterungen befinden sich im Anhang 8.1.

Man beachte, dass ein maximaler Winkel von 90° nicht ausgeschlossen werden kann, sodass er bei allen Kombinationen angenommen wird. Ansonsten ergibt sich für die minimalen Winkel, wie im Anhang erläutert:

$$\alpha_{[0,1]} \in [50^\circ, 90^\circ] \quad \alpha_{[1,0]} \in [32^\circ, 90^\circ] \quad \alpha_{[1,1]} \in [17^\circ, 90^\circ].$$

Die gespiegelte Variante zu $[1,1]$ liegt in dem selben Winkelintervall, wie $[1,1]$ selbst und wird, auch im folgenden für andere Blöcke, nicht separat aufgeführt.

4.2.3 Der Dreier-Block

Ab dem Dreier-Block ist eine energetische Betrachtung zusätzlich zu den geometrischen nur schwer möglich. Zum einen liegt es daran, dass die allgemeine Bestimmung von Durchstoßpunkten kompliziert ist. Zum anderen wird aus nicht bekannten Gründen beim Eintreffen in und beim Austreten aus dem Silizium Sensor eine größere Energie registriert als bei den mittleren ausgelösten Pixeln. Dies widerspricht der Annahme, dass man aus der deponierten Energie auf zurückgelegte Wegstrecken schließen kann.

Dagegen lässt sich ein maximaler Winkel von 90° erstmals ausschließen.

Alle möglichen Kombinationen der Dreier-Blöcke sind in Abbildung 4.5 zu sehen. Beim Zählen der tatsächlich vorkommenden Kombinationen liegt die Häufigkeit von $\delta x > 1$ im Promillebereich, auch unter Berücksichtigung der Neigung bis 90° . Somit wurde die Betrachtung der Pixelblöcke auf eine maximale Spaltenzahl von 2 eingeschränkt. Die Berechnung der maximalen und minimalen Winkel ist im Anhang 8.1.2 erläutert, hier seien nur die Ergebnisse aufgeführt:

$$\alpha_{[0,2]} \in [30^\circ, 79^\circ] \quad \alpha_{[1,2]} \in [22^\circ, 79^\circ] \quad \alpha_{[1,1]} \in [17^\circ, 90^\circ].$$

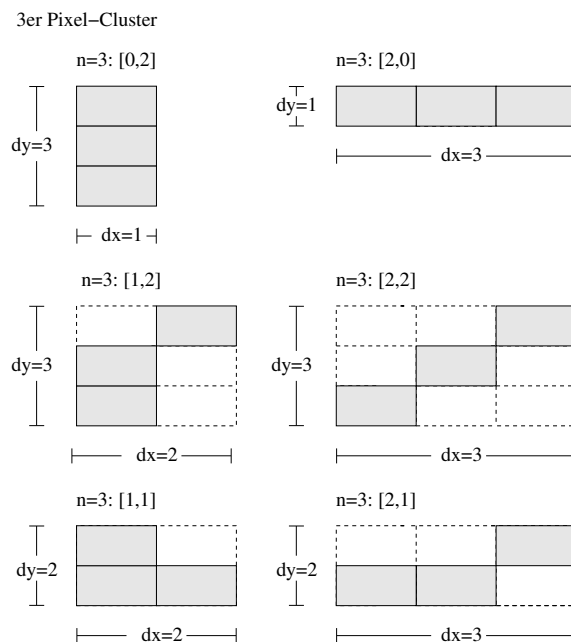


Abb. 4.5: Kombinationen der Dreier-Blöcke.

4.2.4 Der Vierer Block

Auch beim Vierer-Block lässt sich nicht in jeder Kombination ein Winkeleinfall von 90° ausschließen. Der Grund dafür ist die Kombination $n = 4 : [1,1]$, siehe Abbildung 4.6, die in den Betrachtungen irrtümlicherweise ausgeschlossen wurde. Allerdings sind etwa 10% der Vierer-Blöcke in dieser Kombination getroffen worden, sodass eine Betrachtung dieses Falls sinnvoll scheint. Damit vier Pixel getroffen werden können, muss die meiste Energie auf dem mittleren Schnittpunkt der vier Pixel hinterlassen werden. Dies ist genau dann möglich, wenn ein ionisierendes Teilchen senkrecht auf die Verbindung der Pixel trifft. Daher wird diesen Treffern ein Winkel von 90° zugewiesen. Betrachtet man die möglichen Kombinationen von Pixeln in Abbildung 4.7, so fällt auf, dass die Notation nicht mehr eindeutig ist.

Es wurde eine neue Variable $dCol$ hinzugefügt, die beschreibt, wie viele Pixel in einer Spalte sein dürfen, um die jeweilige Kombination zu bilden. Bei $n = 4 : [1,3]$ gibt $dCol = 1,3$ an, dass entweder ein oder 3 Pixel in der betrachteten Spalte sind, sie aber dieselbe Kombination beschreiben.

Im Anhang 8.1.3 werden die einzelnen minimalen und maximalen Winkel genauer berechnet.

Da sich nun alle Kombinationen eindeutig beschreiben lassen, ist es möglich eine

4.2 Geometrische und energetische Betrachtung der Pixelblöcke

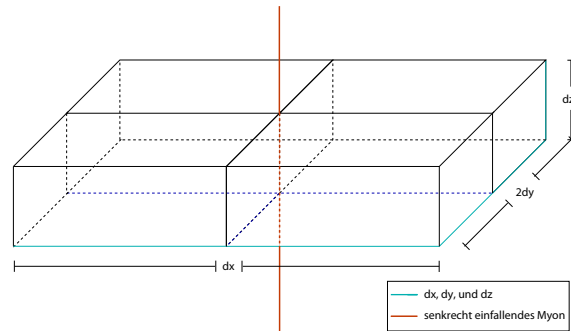


Abb. 4.6: Betrachtung der Kombination $n = 4 : [1, 1]$.

4er Pixel-Cluster II

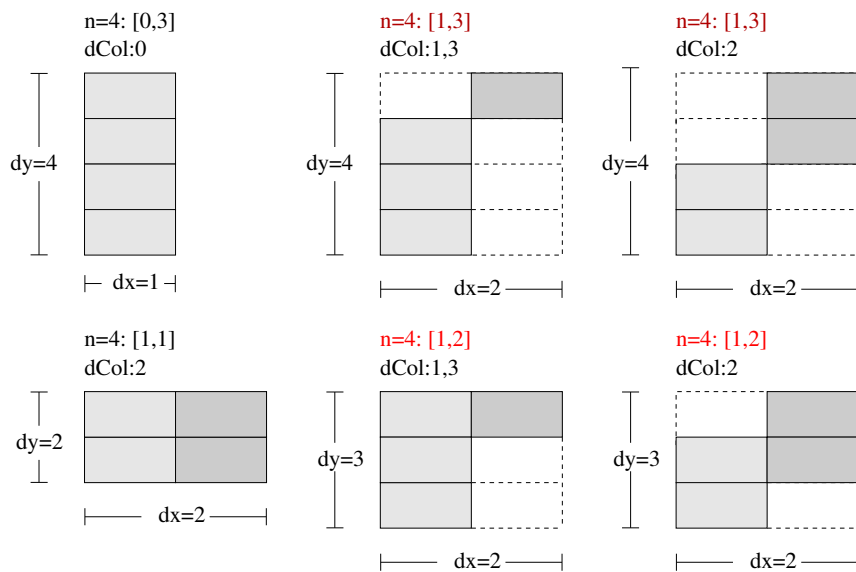


Abb. 4.7: Kombinationen der Vierer-Blöcke(links) Kombination.

allgemeine Berechnung von Blöcken mit n Pixeln zu bestimmen. Das Prinzip ist im Anhang 8.1.3 erläutert.

In der Tabelle 4.2 sind die allgemeinen Intervallgrenzen für die Blöcke angeführt. Diese bestehen aus den Schnittmengen der Winkelintervalle, die zu den einzelnen Kombinationen der jeweiligen Anzahl getroffener Pixel gehören.

Die Bestimmung der Winkel kann beliebig weit fortgesetzt werden. Hier wurde beim 19er-Block abgebrochen, da dies die maximale Anzahl getroffener Pixel in den einzelnen Messungen war.

4 Datenverarbeitung und Bestimmung der Winkelintervalle der Myonen

Pixel-Blöcke	Winkelintervall
Einer-Blöcke	$[32^\circ, 90^\circ]$
Zweier-Blöcke	$[17^\circ, 90^\circ]$
Dreier-Blöcke	$[17^\circ, 90^\circ]$
Vierer-Blöcke	$[17^\circ, 90^\circ]$
Fünfer-Blöcke	$[17^\circ, 68^\circ]$
Sechser-Blöcke	$[16^\circ, 59^\circ]$
Siebener-Blöcke	$[16^\circ, 51^\circ]$
Achter-Blöcke	$[16^\circ, 45^\circ]$
Neuner-Blöcke	$[16^\circ, 40^\circ]$
Zehner-Blöcke	$[15^\circ, 36^\circ]$
Elfer-Blöcke	$[15^\circ, 32^\circ]$
Zwölfer-Blöcke	$[14^\circ, 29^\circ]$
13er-Blöcke	$[14^\circ, 27^\circ]$
14er-Blöcke	$[13^\circ, 24^\circ]$
15er-Blöcke	$[13^\circ, 23^\circ]$
16er-Blöcke	$[12^\circ, 21^\circ]$
17er-Blöcke	$[12^\circ, 20^\circ]$
18er-Blöcke	$[12^\circ, 18^\circ]$
19er-Blöcke	$[12^\circ, 17^\circ]$

Tab. 4.2: Vereinigung der Winkelintervalle der zugehörigen Pixelkombinationen.

5 Verifizierung und Ermittlung der theoretischen Winkelverteilung kosmischer Myonen

In diesem Kapitel wird die Bestimmung der Winkelverteilung der Myonen aus den berechneten Winkeln durchgeführt. Zuvor muss gewährleistet werden, dass es sich bei den registrierten Treffern um Myonen handelt. Dies geschieht mit Hilfe der Landauverteilung.

5.1 Die Häufigkeitsverteilung der Energien der Myonen

Die Summe der Energien der registrierten Myonen wurde bereits in Kapitel 4.1 gebildet. Die sich ergebende Häufigkeitsverteilung bei einer ungeneigten Platine ist in Abbildung 5.1 zu sehen. Die Datennahme erstreckte sich auf sechs einzelne Messungen, sodass insgesamt eine Messzeit von 8 Tagen und 18 Stunden vorlag. In der Abbildung sind zwei Peaks zu erkennen. Der erste Peak, bei etwa 3.000 Ladungen, ist ein Resultat des elektronischen Rauschens. Einerseits wird das Rauschen durch die Konfiguration der Pixeldetektor-Einheit gedämpft, und andererseits durch den Schwellenwert des Diskriminators, sodass das Rauschen nicht mehr um die Null-Lage zu liegen scheint.

Der wahrscheinlichste Wert der Energie der Myonen ist in Ladungsträgern $(Q_{\text{exp.}})_w$ durch den zweiten Peak gekennzeichnet und liegt etwa bei 15.000 Ladungen. Da das Rauschen durch eine Gaußverteilung um den Nullpunkt beschrieben wird, wurde dieses beim Ermitteln der Addition von Gauß- und Landauverteilung in Abbildung 5.1 berücksichtigt.

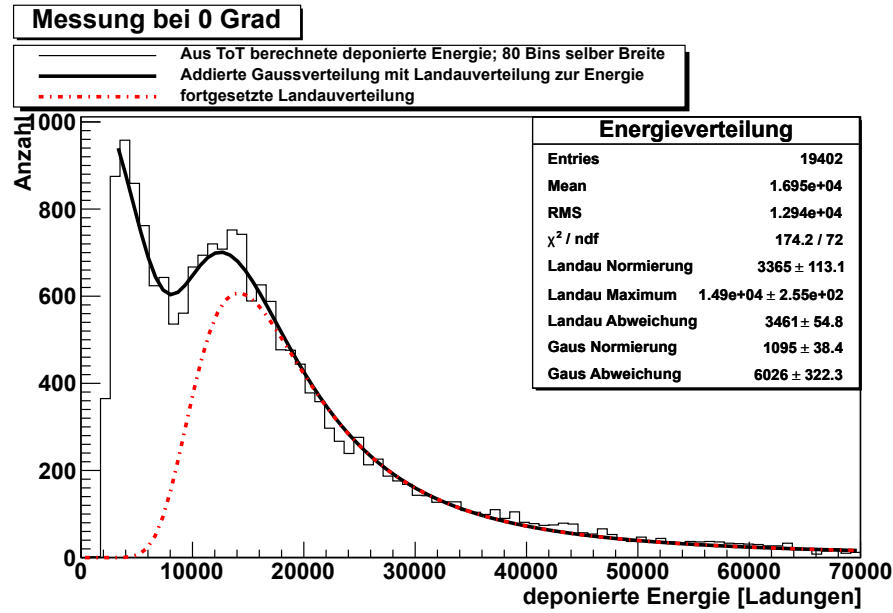


Abb. 5.1: Häufigkeitsverteilung der Myonen bei einer Neigung der Platine von 0° .

Dieser Wert ist für Myonen charakteristisch, da nach Gleichung 2.5 gilt:

$$\begin{aligned}
 (dE)_w &= \xi \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} \right) + \ln \left(\frac{\xi}{I} \right) + 0,2 - \beta^2 - \delta(\beta\gamma) \right] \\
 &\approx 0,053 \text{ MeV}
 \end{aligned}$$

Mit Gleichung 3.1 lässt sich die deponierte Energie in Ladungsträgern ausdrücken, sodass sich für den wahrscheinlichsten Wert eine Anzahl von

$$\begin{aligned}
 (Q_{\text{theo.}})_w &= \frac{\langle \Delta E \rangle}{W_{Si}} \\
 &\approx 14.700 \pm 500
 \end{aligned}$$

Ladungsträgern ergibt. Die zugehörigen Werte sind im Anhang 8.3.2 zu finden. Somit liegt der gemessene Wert der $(Q_{\text{exp.}})_w$ gut im Bereich des Fehlers des theoretischen Werts $(Q_{\text{theo.}})_w$.

Gleichzeitig wurde die Verteilung für verschiedene Anstellwinkel von 10° bis 90° in Schritten von zehn Grad gemessen. Es ergaben sich sehr ähnliche Resultate für den wahrscheinlichsten Wert der Energien, wie in Tabelle 5.1 zu sehen ist. Diese wurden

5.1 Die Häufigkeitsverteilung der Energien der Myonen

aus den einzelnen Messungen der Abbildung 5.8 ermittelt, und sind im Anhang 8.2 vergrößert abgebildet.

Neigung der Platine	Messzeit [d:h]	$(Q_{\text{exp.}})_w$
0°	8:18	15.000
10°	2:00	16.000
20°	2:03	15.000
30°	1:24	16.000
40°	1:22	15.000
50°	3:13	15.000
60°	1:22	14.000
70°	3:08	14.000
80°	4:15	17.000
90°	4:18	13.000

Tab. 5.1: Darstellung der wahrscheinlichsten Werte der Energie für die einzelnen Neigungen der Platine.

Erst bei größeren Neigungen der Platine weichen die experimentellen Ergebnisse vom theoretischen Wert ab. Dies liegt daran, dass bei einer geneigten Platine auch die Pixeldetektor-Einheit geneigt ist. Damit wird die Fläche für senkrecht eintreffenden Myonen wesentlich kleiner und die Rate sinkt proportional zum Winkel.

Wie in Abbildung 5.3 zu sehen ist, kann das Rauschen bei einem Winkel von 90° nicht mehr gut von der eigentlichen Verteilung der Energie der Myonen unterschieden werden, da die charakteristischen Peaks kaum zu erkennen sind.

Es ist anzumerken, dass die geringere Rate dazu geführt hat, dass verhältnismäßig mehr Rauschen von der Elektronik in derselben Messzeit registriert wurde, als bei niedrigen Anstellwinkeln. Dies führt zu einem dazu, dass weniger Myonen gemessen werden und daher auch weniger Daten für die Landauverteilung zur Verfügung stehen. Zum anderen nimmt dadurch das Rauschen verhältnismäßig zu. Werden weniger Myonen in einem festen Zeitintervall registriert, bleibt die Anzahl der Rauschtreffer gleich. Dadurch ist die Verteilung der Myonen weniger gut zu erkennen, da das Rauschen diese quantitativ überlagert.

5 Verifizierung und Ermittlung der theoretischen Winkelverteilung kosmischer Myonen

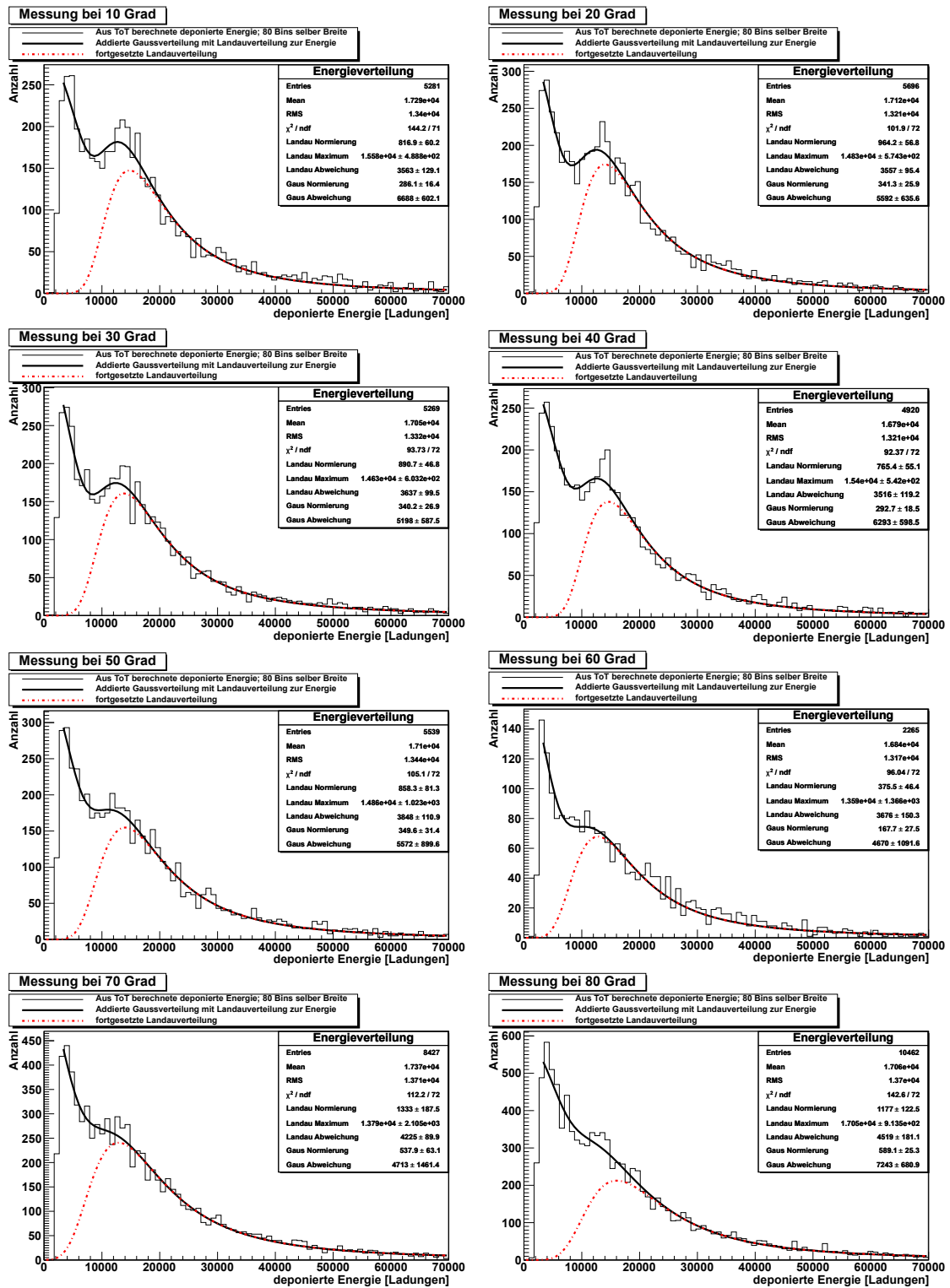


Abb. 5.2: Häufigkeitsverteilung der Myonen bei einer Neigung von 10° bis 80°.

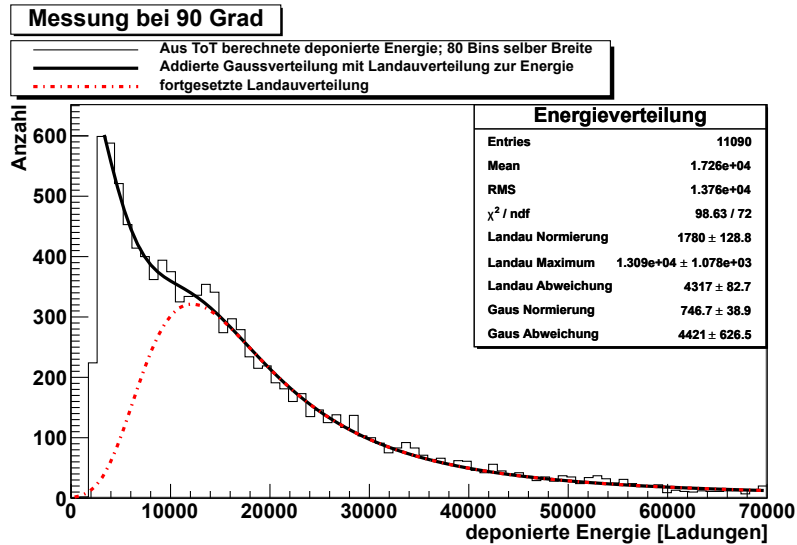


Abb. 5.3: Häufigkeitsverteilung der Myonen bei einer Neigung der Platine von 90°.

Die erhaltenen Daten sind demnach Myonen, wobei darauf zu achten ist, dass das Rauschen mit steigender Neigung im Verhältnis zunimmt. Dies ist auch ein wichtiger Punkt beim Ermitteln der Winkelverteilung der Myonen. Im Folgenden wurden Blöcke mit einer deponierten Gesamtenergie kleiner als 3.000 Ladungen als Rauschen bezeichnet und in den weiteren Rechnungen nicht mehr betrachtet. Der Wert ergibt sich aus der Messung bei 0°, aus dem Schnittpunkt von Landauverteilung und Abszisse.

5.2 Die theoretische Bestimmung der Winkelverteilung

Um die Winkelverteilung zu bestimmen, sollen die gemessenen Winkel in einem Histogramm aufgetragen und mit der theoretischen Verteilung verglichen werden. Da jeder der gemessenen Winkel in einem theoretisch bestimmten Intervall aus maximalem und minimalem Winkel liegt, werden die Mittelwerte gebildet und diese aufgetragen. Dabei ist zu beachten, dass die verschiedenen, aus der Messung ermittelten Winkel unterschiedlich große Fehler haben, abhängig von der Größe des Intervalls in dem sie liegen. Je mehr Pixel einen Treffer registriert haben, desto kleiner ist der zu erwartende Fehler und umgekehrt, siehe dazu auch Tabelle 4.2.

Um die Auflösung zu bestimmen, wurde die Messung ohne Neigung verwendet, da

in dieser Einstellung die meisten Daten aufgenommen wurden. Die Auflösung ist für jede andere Neigung identisch, solange man die Verteilung im Detektor-Koordinatensystem betrachtet. Dazu wurde die Summe der Abweichungen zum Mittelwert durch die Anzahl der zugehörigen Winkel dividiert. Hierzu sind die einzelnen Daten auf acht Bins gleicher Breite verteilt worden, sodass es der Auflösung gut entspricht. Wie zu erwarten, nimmt die Auflösung mit steigendem Winkel ab. Die schlechteste Auflösung wird bei einem gemessenen Winkel von 90° vermutet, wo die Auflösung dagegen gut ist. In Tabelle 5.2 sind die Bin-Breiten mit ihren zugehörigen Auflösungen dargestellt.

Im ersten Bin liegt eine Auflösung von 0° vor. Es ist anzunehmen, dass dieser keine Einträge enthält. Um einen Winkel kleiner als 11° zu erhalten, müsste ein Block mit mehr als 19 Einträgen registriert werden. Dieser liefert allerdings nur ein Winkelintervall $[12^\circ, 17^\circ]$, siehe Tabelle 4.2. Da aber kein größerer Block registriert wurde, ist der Block tatsächlich leer.

Nur der letzte Bin von $78,75^\circ$ bis $90,00^\circ$ kann nicht der Realität entsprechen, da gerade ein Eintreffwinkel um 90° den Einer-Blöcken am meisten entspricht.

Der Fehler liegt unter anderem darin, dass die gemessenen Einfallswinkel der Myonen aus den Mittelwerten ihrer Intervallgrenzen gebildet wurden. Da bei Einer-Blöcken ein Winkel zwischen 32° und 90° vorliegt, siehe Tabelle 4.2, liegt der Mittelwert bei etwa 60° und damit nicht mehr im letzten Bin, sondern dem vorletzten. Die

Bin-Breiten	Auflösung
$[0^\circ, 11,25^\circ]$	0°
$[11,25^\circ, 22,50^\circ]$	4°
$[22,50^\circ, 33,75^\circ]$	7°
$[33,75^\circ, 45,00^\circ]$	13°
$[45,00^\circ, 56,25^\circ]$	27°
$[56,25^\circ, 67,50^\circ]$	23°
$[67,50^\circ, 78,75^\circ]$	28°
$[78,75^\circ, 90,00^\circ]$	9°

Tab. 5.2: Winkelintervalle mit der jeweiligen Auflösung, die aus Abbildung 8.2.1 hervorgehen.

Auflösung kann dazu verwendet werden, der Verteilung der Winkel die passende Bin-Breiten zuzuordnen, wie in Tabelle 5.2 zu sehen ist. Um die theoretische Verteilung für die verschiedenen Winkeleinstellungen zu bestimmen, ist zu beachten, dass

5.2 Die theoretische Bestimmung der Winkelverteilung

Bin-Breite	5°	5°	5°	5°	7°	13°	20°	30°	
Winkelfolge	0°	5°	10°	15°	20°	27°	40°	60°	90°

Tab. 5.3: Bin-Breiten mit der zugehörigen Winkelfolge.

die gemessenen Winkel nicht die vollständige Winkelverteilung wiedergeben können. Die Pixeldetektor-Einheit liegt in der xy -Ebene, sodass beim Drehen um den Winkel $\alpha = 90^\circ$ um die x -Achse die Spalten des Detektors parallel zur z -Achse stehen. Man gebe die Punkte in Kugelkoordinaten an, sodass θ den vertikalen Breitengrad in der yz -Ebene angibt und φ den horizontalen Azimutalwinkel in der xy -Ebene. Auch hier ist zu beachten, dass die Myonen nicht aus dem Erdboden kommen können, sodass $\theta \in [0, \pi]$ und $\varphi \in [0, 2\pi]$ liegt und nur die obere Halbkugel betrachtet wird, wie in Abbildung 5.5.

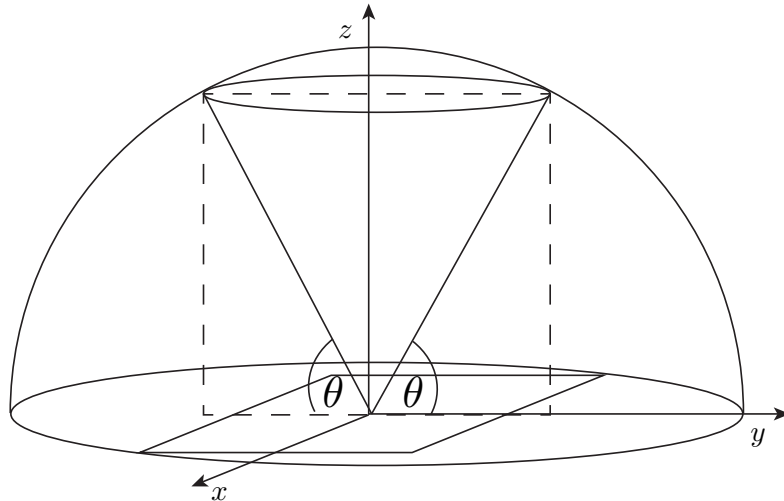


Abb. 5.4: Ungeneigter Pixeldetektor in der xy -Ebene mit dem messbaren Winkel θ .

Es ergibt sich eine zweidimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung p_{Lab} im Laborsystem, nach Gleichung 2.2:

$$p_{\text{Lab}}(\theta, \varphi) d\theta d\varphi = I_0 \cdot \cos^2(\theta) d\theta d\varphi,$$

mit I_0 dem Normierungsfaktor.

Neigung $\alpha = 0^\circ$ Hier sind Laborsystem und Detektor-Koordinatensystem identisch und es muss keine Aussage über den Azimutalwinkel φ gemacht wer-

den, da die Verteilung symmetrisch ist. Jeder mögliche Eintreffwinkel liegt auf einem symmetrischen Kegel zu dem berechneten Winkel θ' . Zu beachten ist, dass $\theta' \in [0, \frac{\pi}{2}]$ keine Auskunft über die Richtung gibt. Ein Winkel von 30° kann von dem Winkel 120° nicht unterschieden werden.

Neigung $\alpha \neq 0^\circ$ Der Detektor ist um den Winkel α geneigt, sodass eine Transformation von Labor- (θ, φ) in das Detektor-Koordinatensystem (θ', φ') nötig wird, um die theoretische Verteilung der Winkel zu bestimmen.

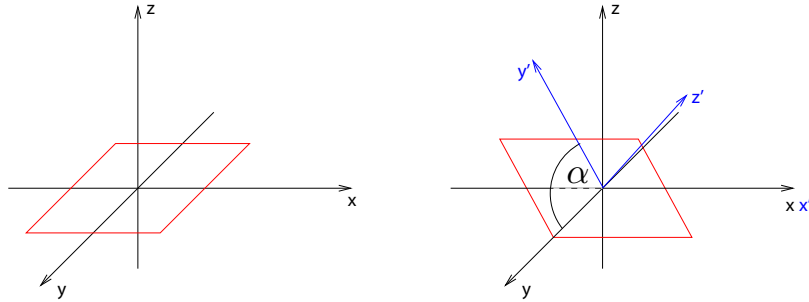


Abb. 5.5: Neigung des Pixeldetektors um den Winkel α und Überführung in das Detektor-Koordinatensystem.

Hierzu wird eine Koordinatentransformation wie folgt durchgeführt:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \cos(\varphi') \sin(\theta') \\ \sin(\varphi') \sin(\theta') \\ \cos(\theta') \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \sin(\theta) \\ \sin(\varphi) \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \sin(\theta) \\ \sin(\varphi) \sin(\theta) \cos(\alpha) - \cos(\theta) \sin(\alpha) \\ \sin(\varphi) \sin(\theta) \sin(\alpha) + \cos(\theta) \cos(\alpha) \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

sodass für die Winkel im Detektor-Koordinatensystem gilt:

$$\begin{aligned} \theta' &= \arccos(\sin(\varphi) \sin(\theta) \sin(\alpha) + \cos(\theta) \cos(\alpha)) \\ \varphi' &= \begin{cases} \beta_1 = \arccos\left(\frac{\cos(\varphi) \sin(\theta)}{\sin(\theta')}\right) & \text{für } \frac{\sin(\varphi) \sin(\theta) \cos(\alpha) - \cos(\theta) \sin(\alpha)}{\sin(\theta')} \geq 0 \\ \beta_2 = 2\pi - \arccos\left(\frac{\cos(\varphi) \sin(\theta)}{\sin(\theta')}\right) & \text{für } \frac{\sin(\varphi) \sin(\theta) \cos(\alpha) - \cos(\theta) \sin(\alpha)}{\sin(\theta')} \leq 0 \end{cases}. \end{aligned}$$

Mit den so erhaltenen Informationen stellt man fest, dass diese Berechnung der theoretischen Winkel auch für die Einstellung ohne Neigung gilt. Der Arkuskosinus

5.2 Die theoretische Bestimmung der Winkelverteilung

hat einen Wertebereich von 0 bis π , es ergeben sich also $\beta_1 \in [\frac{\pi}{2}, 0]$ und $\beta_2 \in [\pi, \frac{\pi}{2}]$. Es ist demnach darauf zu achten, dass sich für den Azimutalwinkel im Detektor-Koordinatensystem folgende Beziehung ergibt:

$$\varphi' = \begin{cases} 90 - \beta_1 & \text{für } \frac{\sin(\varphi) \sin(\theta) \cos(\alpha) - \cos(\theta) \sin(\alpha)}{\sin(\theta')} > 0 \\ 90 - \beta_2 & \text{für } \frac{\sin(\varphi) \sin(\theta) \cos(\alpha) - \cos(\theta) \sin(\alpha)}{\sin(\theta')} < 0 \end{cases} .$$

Diese theoretischen Winkel im Detektor-Koordinatensystem enthalten noch zu viele Informationen, die die Messung mit dem Pixeldetektor nicht liefert. Einerseits kann keine Aussage über φ' gemacht werden und andererseits ist θ' eingeschränkt auf das Intervall $[0, \frac{\pi}{2}]$.

Dies muss bei der Transformation der Wahrscheinlichkeitsverteilung $p_{\text{Lab}}(\theta, \varphi) d\theta d\varphi$ in das Detektor-Koordinatensystem beachtet werden. Für die Transformation gilt:

$$p_{\text{Det}}(\theta', \varphi') d\theta' d\varphi' = p_{\text{Lab}}(\theta, \varphi) d\theta d\varphi \cdot [\det(J)] .$$

Dabei bezeichnet J die zweidimensionale Jakobimatrix der Koordinatentransformation $(\theta', \varphi') \rightarrow (\theta, \varphi)$. Die sich ergebene Wahrscheinlichkeitsverteilung ist noch abhängig vom Azimutalwinkel φ' . Um dies zu ändern, muss über φ' integriert werden:

$$p_{\text{Det}}(\theta') d\theta' = \left(\int_0^{2\pi} p_{\text{Det}}(\theta', \varphi') d\varphi' \right) d\theta' .$$

Es ergibt sich eine Verteilung, die von $\theta' \in [0, \pi]$ abhängig ist. Es ist möglich, die Winkelverteilung, die mit dem Pixeldetektor gemessen wurde, mit der theoretischen Verteilung des Detektors zu vergleichen. Dazu wird die Dichte $P_{\text{Det}}(\theta')$ der Wahrscheinlichkeitsverteilung berechnet, indem diese integriert wird. Setzt man für die Grenzen die Bin-Breiten aus Tabelle 5.2 ein, so ergibt sich die gesuchte Wahrscheinlichkeit der Werte

$$P_{\text{Det}}(\gamma, \gamma') = S \int_{\gamma}^{\gamma'} p_{\text{Det}}(\theta') d\theta' .$$

Dabei gilt für das Intervall $[\gamma, \gamma']$, dass $\gamma < \gamma'$ und $\gamma, \gamma' \in [0, \pi]$. S bezeichnet den Skalierungsfaktor, der die normierte Dichtefunktion auf die Anzahl der gemessenen Werte skaliert.

Für die Grenzen γ und γ' können die Bin-Breiten eingesetzt werden und es ergibt sich die Anzahl der erwarteten Winkel in den jeweiligen Intervallen. Da für Winkel

größer als $\frac{\pi}{2}$ keine berechneten Winkel vorliegen, muss die berechnete Dichte auf ein Intervall von $[0, \frac{\pi}{2}]$ reduziert werden. Dies geschieht, indem ab einem Winkel von $\frac{\pi}{2}$ die Verteilung gespiegelt wird. In Tabelle 5.4 sind die zusammengehörigen Intervallgrenzen in der bestimmten Bin Breite aufgetragen.

Bin Breite	Bin-Aufteilung $[\gamma, \gamma']$ (Grad)
5	$[0, 5] + [175, 180]$
5	$[5, 10] + [170, 175]$
5	$[10, 15] + [16, 170]$
5	$[15, 20] + [160, 165]$
7	$[20, 27] + [153, 160]$
13	$[27, 40] + [130, 153]$
20	$[40, 60] + [120, 130]$
30	$[60, 90] + [90, 120]$

Tab. 5.4: Integralgrenzen für die verschiedenen Bin-Breiten nach Tabelle 5.2.

Der Skalierungsfaktor S wurde aus der Anzahl der gemessenen Winkel für jede Neigung ermittelt und ist in Tabelle 5.5 aufgetragen.

Neigung	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
S	21547	3811	4115	3747	3486	3922	1579	5946	7215	7743

Tab. 5.5: Der Skalierungsfaktor S wurde aus der Anzahl der Winkel in den einzelnen Messungen ermittelt.

5.2 Die theoretische Bestimmung der Winkelverteilung

In Abbildung 5.6 ist die gemessene Winkelverteilung in Abhängigkeit von θ' für eine Neigung von 0° mit Fehlern aufgetragen, ebenso ist die theoretisch ermittelte Verteilung zu sehen. Gut zu erkennen ist der treppenförmige Anstieg der Verteilung mit steigendem Winkel θ' . Die Fehlerbalken in der Abbildung sind recht klein, sodass von einer guten Statistik auszugehen ist.

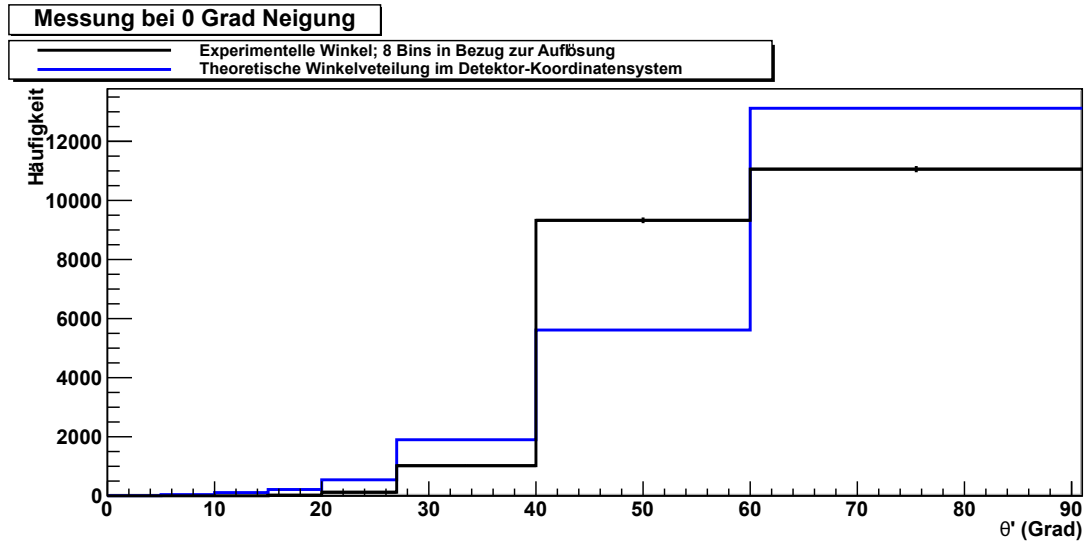


Abb. 5.6: Häufigkeitsverteilung der Myonen bei einer Neigung von 0° .

Zum besseren Verständnis wurden anstatt der Mittelwerte der berechneten Winkelintervalle die untere Grenze in Abbildung 5.7, oben, und die obere Grenze in Abbildung 5.7, unten, aufgetragen. Durch die schlechte Auflösung für große θ' verschieben sich die Bins sehr stark. Bei der Betrachtung der unteren Grenze verschiebt sich alles in den Bereich der kleinen Bins, sodass die treppenförmige Anordnung verloren geht und die theoretische Verteilung nicht mehr zutreffend ist. Besonders fällt auf, dass fast keine Winkel im Bin zwischen $[40^\circ, 50^\circ]$ liegen, dafür sehr viele Winkel im Bereich von 90° auftreten. Eine Erklärung ist, dass vielen Blöcken genau 90° zugeschrieben wird, wie in Kapitel 4.2 beschrieben ist.

Für das Auftragen der maximalen Winkel der Intervalle verschiebt sich die Verteilung in den letzten Bin, sodass kaum Winkel unter 60° gezählt wurden.

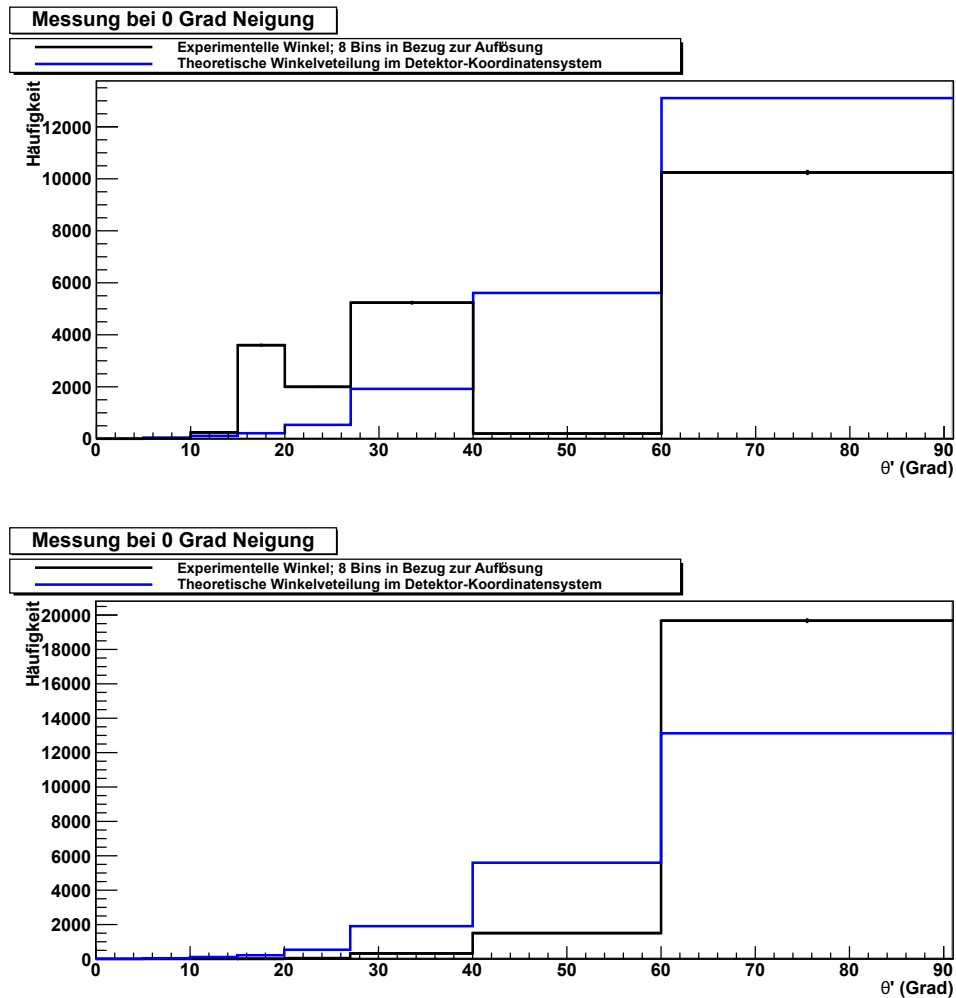


Abb. 5.7: Minimale Winkel der bestimmten Intervalle bei einer Neigung von 0° (oben) maximale Winkel (unten).

Die Ballung der Werte in den unteren, bzw. oberen Intervallen ist zu erwarten. Die Maxima der Intervalle liegen erst ab dem Sechser-Block immer unter 60° , wie auch in Tabelle 4.2 zu sehen ist. Ebenso liegen die Minima bei den Einer-Böcken bei 32° und sonst knapp über 15° . Somit ist es sinnvoll, einen Mittelwert der berechneten Winkel zu betrachten, um sie mit der theoretischen Verteilung zu vergleichen. Dies ist in Abbildung 5.8 dargestellt. Vergrößert befinden sich die Abbildungen in Anhang 8.2.2. Von links nach rechts und von oben nach unten nimmt die Neigung um 10° zu. Während sich die theoretische Verteilung deutlich in Richtung 0° verschiebt, bleiben die berechneten Winkel in allen Anstellungen im Intervall $[40^\circ, 90^\circ]$.

5.2 Die theoretische Bestimmung der Winkelverteilung

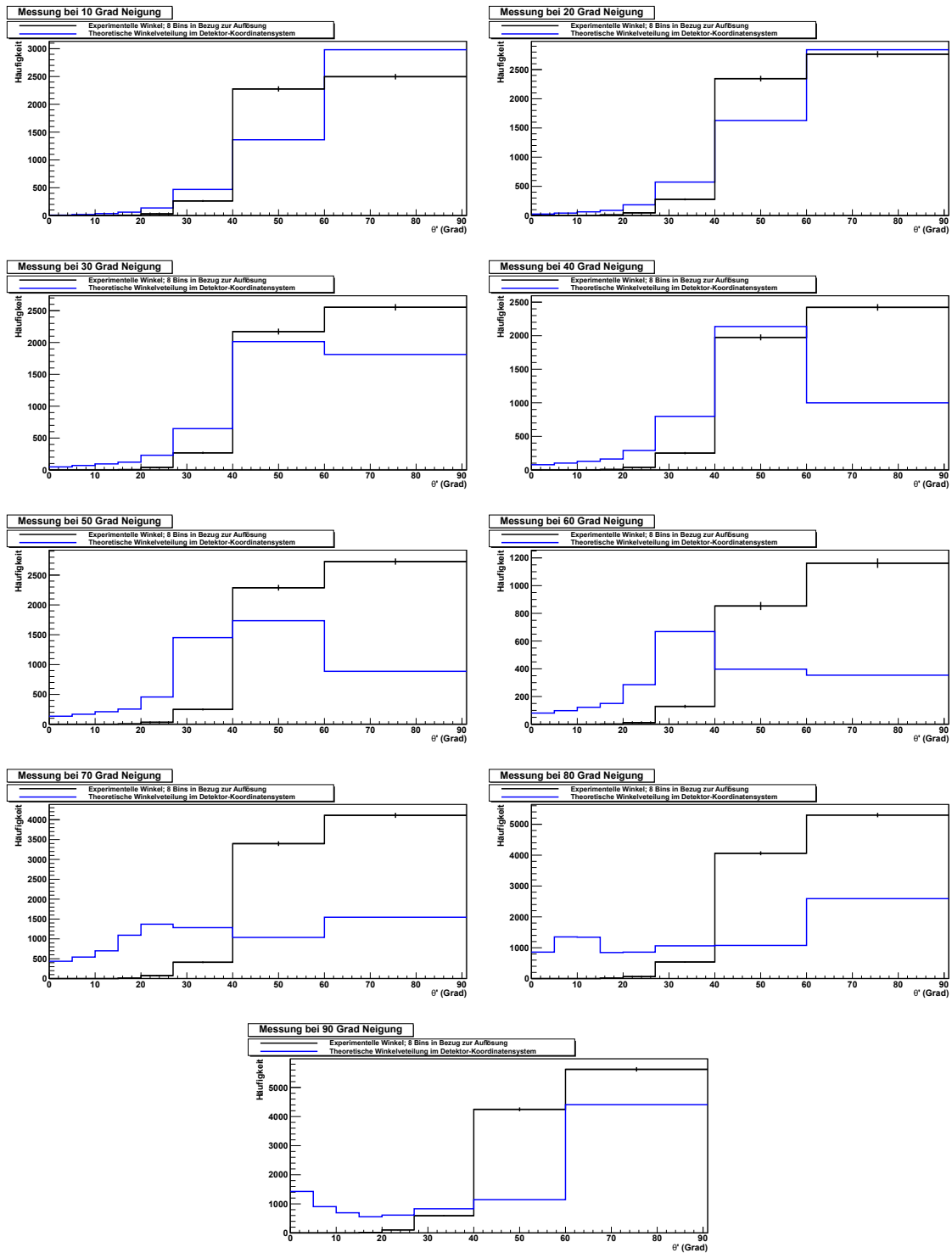


Abb. 5.8: Häufigkeitsverteilung der Myonen bei einer Neigung von 10° bis 90° .

Die ausbleibende Verschiebung in Richtung der 0° steht in direkter Verbindung dazu, dass nicht viele Pixelblöcke aufgenommen wurden, die mehr als fünf Treffer beinhalten. Damit sind die berechneten Winkel im Intervall von 40° bis 90° fixiert.

Auffällig ist auch, dass die Fehler klein sind, sodass nicht von einem statistischen Fehler auszugehen ist. Somit liegt ein systematischer Fehler vor. Dieser kann entweder in der Datennahme oder der Berechnung der Winkel zu finden sein.

Die Platine wurde so geneigt, dass sich die feine Auflösung der Reihen parallel zur Erdoberfläche verschiebt. Bei der Bestimmung der Intervalle ist davon ausgegangen worden, dass mit steigender Neigung der Platine auch die Größe der Pixelblöcke deutlich zunimmt. Diese Vermutung hat sich nicht bestätigt. Stattdessen blieb die Rate der Einer-Blöcke etwa bei der Hälfte bestehen, sodass diese viel ausführlicher hätten betrachtet werden müssen. Selbiges gilt für die Zweier-Blöcke.

Ein Grund dafür könnte sein, dass der Versuchsaufbau im Keller stationiert ist. Somit müssen kosmische Myonen das Gebäude durchdringen und können im Mauerwerk absorbiert werden. Die Rate würde verringert. Auch wurde der Versuchsaufbau für andere Experimente genutzt, sodass die Platine nicht immer am selben Platz in derselben Ausrichtung stand.

6 Didaktische Empfehlung

Gerade in der Schule ist es wichtig, die Schülerinnen und Schüler zu motivieren, sich mit einem Thema zu beschäftigen, um ihr Interesse an einem Sachgebiet zu wecken. Dabei kann das Myon, als kosmisches Teilchen, eine faszinierende Wirkung auf die Schülerinnen und Schüler haben. Im Unterricht können verschiedene Aspekte des vorliegenden Versuchs genutzt, oder auch als Projektarbeit angeboten werden.

kosmische Strahlung Beim Kapitel über kosmische Strahlung ist darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler nicht mit Fakten überhäuft werden, sondern kritisch mitdenken können. Hierzu bietet sich sehr gut die Betrachtung der relativistischen Eigenschaft von Myonen an, wie in Kapitel 2.1 erläutert. Die Schülerinnen und Schülern können erste Erfahrungen mit der Lebensdauer von Teilchen sammeln oder den Unterschied der verschiedenen Bezugssysteme kennenlernen. Die Rechnungen sind nicht zu komplex, sodass dieses Thema auch in der Unterstufe aufgegriffen werden kann.

Pixeldetektor-Einheit Die Pixeldetektor-Einheit ermöglicht es zum Beispiel, die pn -Schicht eines Transistors zu vertiefen, oder sogar einzuleiten, siehe dazu Kapitel 3.1.1. Die Schülerinnen und Schüler können lernen, dass in einer ladungsfreien Zone durch Ionisation Ladungen frei und registriert werden können, um kosmische Teilchen nachzuweisen. Da Myonen eine relativ hohe Rate haben, ist es auch möglich, die Treffer in Echtzeit auszuwerten, sodass sofort Ergebnisse zu sehen sind. Dies ist gerade bei Versuchen wichtig, damit die Schülerinnen und Schüler das Interesse nicht verlieren. Außerdem sind Myonen eine sehr gute Alternative zu radioaktiven Präparaten, die im Unterricht verboten sind.

Auslese-Elektronik Möchte man dagegen tiefer in die Materie eindringen, so könnten sich Schülerinnen und Schüler in der Oberstufe mit der Elektronik vertraut machen und die Detektion eines Myons technisch verstehen, dazu Kapitel 3.1.2 und folgende. Eine Alternative bietet die Analyse des Rauschens, um zu klären, woher es kommt und welche Möglichkeiten es gibt, dieses zu verringern.

Landauverteilung Eine Langzeitaufgabe wäre dagegen die Landauverteilung der Myonen zu messen, wie in Kapitel 5.1 geschehen. Gerade bei einem Anstellwinkel von 0° ist bei einer Messung von acht Tagen eine gute Trennung zwischen Energieverteilung der Myonen und dem Rauschen zu erkennen, siehe Abbildung 5.1. Da die Normalverteilung im Kerncurriculum enthalten ist, kann in diesem Zusammenhang der Unterschied zur Landauverteilung herausgestellt und so wertvolle Schlüsselkompetenzen gesammelt werden.

Winkelverteilung Die Winkelverteilung der Myonen hat einen hohen mathematischen Anspruch, siehe Kapitel 5.2, sodass eine Verteilung ohne Neigung in der Schule eher angebracht ist, da hier der Azimutwinkel nicht beachtet werden muss. Bei einer Vertiefung der trigonometrischen Funktionen kann die Winkelverteilung der Myonen angesprochen werden, sowohl indem verschiedene Winkelintervalle berechnet werden wie in Kapitel 4.2, als auch bei der Betrachtung der Verteilung der Myonen. Allerdings scheint eine Messung der Verteilung mit einem Pixeldetektor nicht sinnvoll, da Theorie, Durchführung und Programmierung sehr komplex sind und das Ergebnis noch nicht eindeutig genug ist.

7 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wird ein Pixeldetektor, wie er auch am CERN in Genf beim ATLAS-Experiment Verwendung findet, zur Bestimmung der Verteilung kosmischer Myonen verwendet, indem dieser von 0° bis 90° geneigt wird.

Der Silizium Sensor des Pixeldetektors ist in 160 Reihen und 18 Spalten eingeteilt. In diesen wird die deponierte Energie des Myons pixelweise ausgelesen. Man erhält somit Information über den Ort und die Energie des registrierten Teilchens. Dies ermöglicht die Berechnung des Winkels über geometrische und energetische Betrachtung der auslösenden Pixel. Es wird davon ausgegangen, dass bei stärkerer Neigung mehr Pixel vom selben Myonen durchstriffen werden, da ein senkrechter Einfall der Myonen, nach der theoretischen Verteilung, am wahrscheinlichsten ist.

Die Häufigkeit der Energien der erhaltenen Treffer wird in einem Histogramm aufgetragen, um sicherzustellen, dass Myonen registriert werden. In diesen Abbildungen ist das elektronische Rauschen sehr ausgeprägt zu erkennen. Wegen der eingeschränkten Genauigkeit der Berechnung der Winkel aus den Daten wird auch hier mit einer Häufigkeitsverteilung in Intervallen gearbeitet. Werden die gemessenen Winkel mit der theoretische Verteilung verglichen, so ist nur bei einer Neigung von 0° eine Deckung gegeben. Bei den anderen Messungen ist eine Häufung der Werte in dem Intervall von 40° bis 60° zu erkennen, die nicht der Theorie entspricht.

Die Vermutung, dass die Anzahl der Treffer, bei denen ein Myon viele Pixel durchquert, bei einer starken Neigung des Detektors zunimmt, wird nicht bestätigt. Die Zahl der Treffer, in denen nur ein Pixel auslöst, bleibt dagegen konstant für jede Neigungen bei der Hälfte der Werte bestehen. Das Rauschen nimmt stetig mit dem Anstellwinkel zu.

Ein statistischer Fehler kann auf Grund sehr kleiner Fehler ausgeschlossen werden. Da keine merkliche Zunahme der Mehrpixeltreffer aus den Daten entnommen werden konnte, sollte die Betrachtung der kleinen Pixelblöcke verfeinert werden. Eine

differenziertere Intervallschachtelung, vor allem für Einpixeltreffer, ist ratsam, damit diese Fehlerquelle behoben wird.

Die Rate der Myonen nimmt mit steigender Neigung ab, da sich die Auftrefffläche für senkrecht einfallende Myonen verringert und diese am häufigsten vorkommen. Die Rate des Rauschens bleibt dagegen identisch. Somit muss das Rauschen generell gesenkt werden, um eine genauere Aussage über die Treffer machen zu können. Dies könnte über eine systematische Identifizierung von Rauschtreffern, bei der Betrachtung der einzelnen Pixel, geschehen. Pixel mit deutlichem Rauschanteil in der ToT, könnten gezielt maskiert werden.

Ebenso könnte es Pixel geben, die nie auslösen, sodass zusammengehörige Pixelblöcke getrennt erscheinen. Lange Spuren, die kleine Winkel symbolisieren, werden so übergangen.

Wie es jetzt scheint, ist die Auflösung des Pixeldetektors zu gering um die theoretische Winkelverteilung zu verifizieren. Werden die genannten Fehlerquellen dagegen behoben, kann das Vorhaben gelingen.

8 Anhang

8.1 Energetische und geometrische Betrachtungen

8.1.1 Der Zweier-Block

Die Betrachtung der Energien wird hier durch das Verhältnis $\Delta E = \frac{\Delta E_1}{\Delta E_2}$ ausgedrückt, wobei ΔE_1 die Energie im zuerst getroffenen Pixel beschreibt und ΔE_2 die im zweiten. Es wurde die Annahme gemacht, dass der Detektor immer ganz durchdrungen wird und Teilchen nur von oben in den Detektor eindringen können.

Zur weiteren Berechnung der einzelnen Winkelintervalle ist eine zusätzliche Annahme für $\Delta E > 1$ gemacht, nämlich dass der Weg im ersten Pixel länger ist als der im zweiten. Daher ist der Punkt, wo das Teilchen den ersten Pixel verlässt und in den zweiten eintrifft, in der Höhe genau festgelegt. Das Teilchen hat mit Sicherheit mehr als die Hälfte von z durchdrungen. Somit liegt der Durchstoßpunkt unterhalb der Mitte. Analog gilt für $\Delta E < 1$, dass der Weg im ersten Pixel kurz sein muss, und somit der Durchstoßpunkt oberhalb der Mitte liegt. Ist dagegen $\Delta E = 1$, so wurde gleich viel Weg in beiden Pixeln zurückgelegt, und der Durchstoßpunkt liegt in der Mitte.

Die Höhe z wird nun in 25 Intervalle eingeteilt, wobei das Intervall für die Mitte $4 \mu\text{m}$ hoch ist und die 24 verbleibenden je $10,25 \mu\text{m}$. Die verschiedenen ΔE werden gleichmäßig den 24 Intervallen zugeteilt, wobei das mittlere Intervall nur Werte mit $\Delta E = 1 \pm 0,2$ erhält. Dadurch wird für jedes Energieverhältnis eine Höhe z_I ermittelt, die den Durchstoßpunkt definiert. Somit ist es möglich, den Winkel des eingefallenen Teilchens zu bestimmen. Allerdings ist auch hier darauf zu achten, dass ein maximaler Winkel von 90° nicht ausgeschlossen werden kann.

Ein Problem, das sich durch die Elektronik ergibt, ist die Reihenfolge der doku-

mentierten Energien, die aus der ToT berechnet wurden, siehe dazu Kapitel 3.1.4 und Abbildung 3.3. Diese zeitliche Differenz Δt scheint aber klein genug zu sein, da beim Auswerten der Daten im Mittel die Hälfte der $\Delta E < 1$ bzw. $\Delta E > 1$ sind. Dabei wurden die Werte vor $\Delta E = 1$ ausgeschlossen. Zur weiteren Berechnung sei daher angenommen, dass die zeitliche Reihenfolge genau genug ist, um sie in die Betrachtungen einzuschließen. Für jede der drei Pixelkombinationen ist die Berechnung des minimalen Winkels, auf Grund der Geometrie, verschieden.

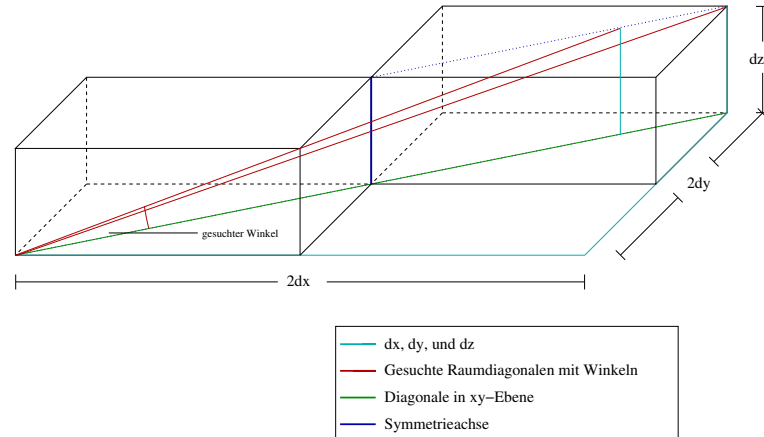


Abb. 8.1: Winkelbestimmung bei $n = 2 : [1,1]$.

Der minimale Einfallswinkel lässt sich mit dem Tangens bestimmen, wobei die berechnete Höhe z_I die Gegenkathete ist und die Ankathete e die halbe Ebenendiagonale beschreibt. Es gilt dann für α :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{z_I}{e}\right). \quad \text{mit } z_I \geq \frac{z}{2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{z - z_I}{e}\right). \quad z_I \leq \frac{z}{2}$$

$$\text{mit } e_{[1,1]} = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

Es ist darauf zu achten, dass $z_I \geq z/2$, da die Winkelverteilung symmetrisch ist, wenn nicht zwischen erstgetroffenen und zweitgetroffenen Pixel unterschieden wird. Der Winkel ist immer in dem Pixel zu berechnen, wo die längere Spur des Teilchens vermutet wird, da nur dann die Länge für e korrekt ist, wie auch in Abbildung 8.1 zu sehen ist.

Die Berechnungen des Winkels für $[1,0]$ und $[0,1]$ sind analog, mit Ausnahme der

haben Ebenendiagonale e , die mit Hilfe von Abbildung 8.2 bestimmt werden kann.

$$e_{[1,0]} = \sqrt{dx^2 + \frac{dy^2}{2}} \qquad e_{[0,1]} = \sqrt{\frac{dx^2}{2} + dy^2}$$

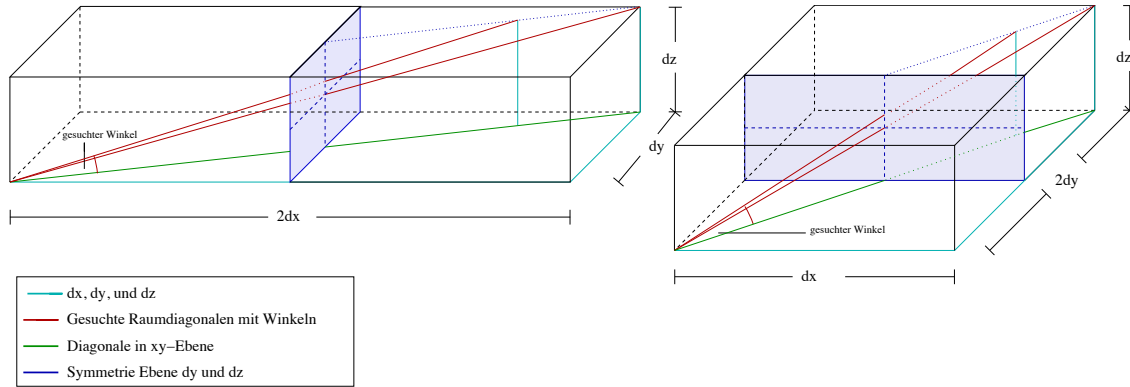


Abb. 8.2: Winkelbestimmung bei $n = 2 : [1,0]$ (links) und $n = 2 : [0,1]$ (rechts).

Als minimale Grenzen ergeben sich dann für die Einfallswinkel:

$$\alpha_{min[1,1]} \approx 17^\circ \qquad \alpha_{min[1,0]} \approx 32^\circ \qquad \alpha_{min[0,1]} \approx 50^\circ$$

8.1.2 Der Dreier-Block

Die betrachteten Dreier-Blöcke sind noch einmal in Abbildung 8.3 zu sehen.

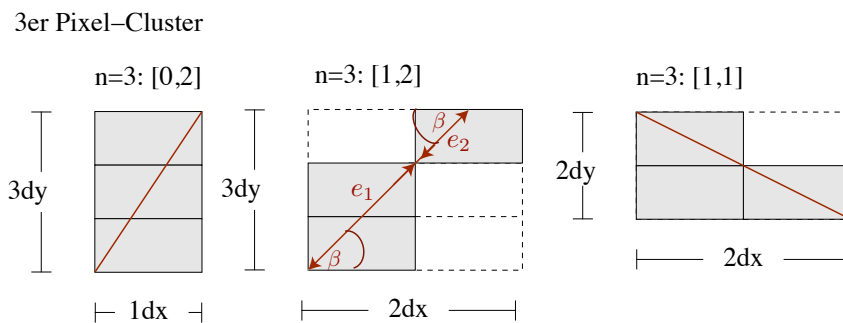


Abb. 8.3: Kombinationen der 3er-Blöcke mit maximalen Ebenendiagonalen und Hilfswinkel α .

65% der Dreier-Blöcke haben die Struktur [0,2], 20% sind [1,1], und 10% sind [1,2], wenn über die gemessenen Dreier-Blöcke gemittelt wird. Die restlichen 5% der Werte scheinen demnach Blöcke zu sein, die aussortiert worden sind.

Im Folgenden muss sowohl der minimale, als auch der maximale Weg der Ebenendiagonale e bestimmt werden, um den maximalen und minimalen Einfallswinkel α zu erhalten.

Bei den Kombinationen [0,2] und [1,2] lässt sich eine minimale Ebendiagonale mit $e \approx dx = 50 \mu\text{m}$ annehmen. Dies beschreibt den Durchgang durch einen Pixel so, dass das Teilchen knapp auf der Kante zum ersten Pixel senkrecht zu den Reihen des Sensors eintritt. Danach verlässt es den Pixel wieder auf der Kante zum dritten getroffenen Pixel, sodass es in drei Pixeln eine registrierbare Ladung hinterlässt.

Bei [1,1] kann das Teilchen unter einem Winkel von 90° eingetroffen sein, und dabei die Ladung auf drei Pixel übertragen haben. Somit lässt sich für alle Kombinationen e_{\min} berechnen, und daraus der zugehörige maximale Winkel.

$$\begin{aligned} e_{\min[0,2]} = e_{\min[1,2]} &\approx dx = 50 \mu\text{m} \\ \Rightarrow \alpha_{\max[0,2]} &\approx 79^\circ & \alpha_{\max[1,2]} &\approx 79^\circ & \alpha_{\max[1,1]} &= 90^\circ \end{aligned}$$

Für die maximalen Wege durch die drei Pixel ist in Abbildung 8.3 jeweils der optimale Weg gekennzeichnet. Die Berechnung von e_{\max} erfolgt dabei nur für die Kombination [1,2] anders als zuvor. Hier ist der maximale Weg durch die drei Pixel über den Winkel β auszurechnen, während die Berechnung der anderen beiden sich nicht von der Rechnung zuvor unterscheidet.

Der optimale Weg in der Ebene, ist der diagonale Weg von Ecke zu Ecke, der allerdings nicht die vorgeschriebene Pixelkombination überdecken würde. Demnach ist der eingezeichnete Weg zur Diagonalen am nächsten. Während sich der untere Teil e_1 der Strecke über Pythagoras ermitteln lässt, muss der obere Teil e_2 über β bestimmt werden, somit ist $e_{\max[1,2]} = e_1 + e_2$.

$$\begin{aligned} e_1 &= \sqrt{dx^2 + (2dy)^2} \\ \beta &= \arctan\left(\frac{2dy}{dx}\right) \\ \Rightarrow e_2 &= \frac{dy}{\arcsin(\beta)} \end{aligned}$$

Für die maximale Strecke $e_{\max[1,2]}$ ergibt sich:

$$e_{\max[1,2]} = \sqrt{dx^2 + (2dy)^2} + \frac{dy}{\arcsin(\beta)} \approx 614 \mu\text{m}.$$

Damit ist es möglich, die minimalen Einfallswinkel der drei Kombinationen für Dreier-Blöcke über den Tangens und e_{\max} zu bestimmen. Es ergibt sich für die Winkel:

$$\alpha_{\min[0,2]} \approx 30^\circ \quad \alpha_{\min[1,2]} \approx 22^\circ \quad \alpha_{\min[1,1]} \approx 17^\circ.$$

8.1.3 Der Vierer-Block und die Erweiterung auf n Pixel

Die Berechnung der Winkel für die einzelnen Vierer-Blöcke ist analog zu der Berechnung der Winkel für die Dreier-Blöcke. Im Folgenden wird daher die Erweiterung auf n Pixel zusätzlich mit aufgeführt wird.

Der minimale Weg beim Vierer-Block für die Kombinationen $[0,3]$, und $[1,3]$ für alle $dCol$ ist gleich und wird auf $2 \cdot dy$ geschätzt. Der Fehler dieser Schätzung ist für große Pixelblöcke klein. Da allerdings nicht bekannt ist, wie viel Energie ein Myon in einem Pixel im Schnitt deponiert kann nicht viel genauer geschätzt werden. Für Somit ist er unabhängig von $dCol$. Es wird davon ausgegangen, dass der erste und der letzte Pixel vom betrachteten Pixelblock einen Puls registriert haben und auf der Kante gestriffen werden. Damit ist gemeint, dass kaum Weg im Pixel selbst zurückgelegt wurde, sondern nur auf der Kante ein Ladungspuls übertragen wurde. Gleichzeitig verläuft der Weg des Myons parallel zu den Spalten. Angewandt auf n Pixel würde die Verallgemeinerung für alle Kombinationen $[0, n-1]$ und $[1, n-1]$ zutreffen. Eine minimale Strecke und damit ein maximaler Winkel wäre mit

$$e_{\min} = (n-2) \cdot dy \quad \text{für alle Kombinationen : } [0, n-1][1, n-1]$$

$$\Rightarrow \alpha_{\max} = \arctan\left(\frac{dz}{e}\right)$$

zu ermitteln.

Der minimale Weg für die Kombination $[1,2]$ ist dagegen nur $1 \cdot dy$ lang, sodass sich

folgende allgemeine Berechnung ergibt:

$$e_{\min} = (n - 3) \cdot dy \quad \text{für alle Kombinationen : } [1, n - 2]$$

$$\Rightarrow \alpha_{\max} = \arctan\left(\frac{dz}{e}\right)$$

Die Berechnung der maximalen Wege ist dagegen etwas anspruchsvoller, da für jede Kombination $[\delta x, \delta y]$ durch $dCol$ mehr Möglichkeiten hinzukommen, die beachtet werden müssen.

Für die maximalen Wege gilt allgemein, dass sie möglichst nah an der Diagonalen liegen müssen, wie auch in Abbildung 8.4 dargestellt wird.

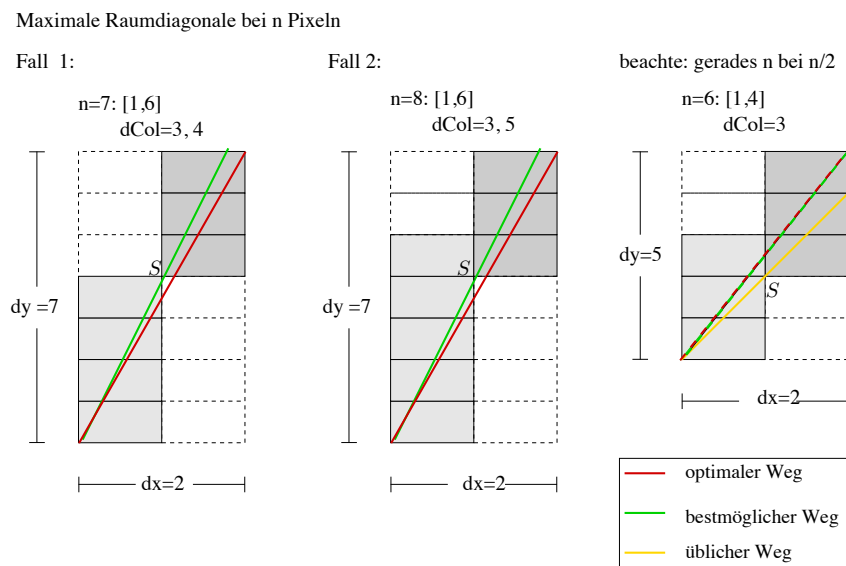


Abb. 8.4: Pixelblock zur Bestimmung der maximalen Länge der Ebenendiagonale.

Wenn zwei Spalten vorliegen, so ist zu erkennen, dass der bestmögliche Weg durch die Pixel fast immer durch den unteren Punkt S verläuft. Dieser Weg ist dem optimalen Weg am nächsten. Die einzige Ausnahme wird bei einer geraden Anzahl von Pixeln erreicht, bei der Kombination $[1, n - 2]$ und $dCol = n/2$. Nur in dieser Anordnung liegen optimaler und bestmöglicher Weg aufeinander, ohne dass S getroffen wird, wie durch den Vergleich zum üblichen Weg zu sehen ist. Die allgemeine Bestimmung der benötigten Pixelkombinationen ist in Abbildung 8.5 dargestellt.

Zu unterscheiden sind zwei verschiedene Arten der Kombinationen, die nun jeweils betrachtet werden.

8.1 Energetische und geometrische Betrachtungen

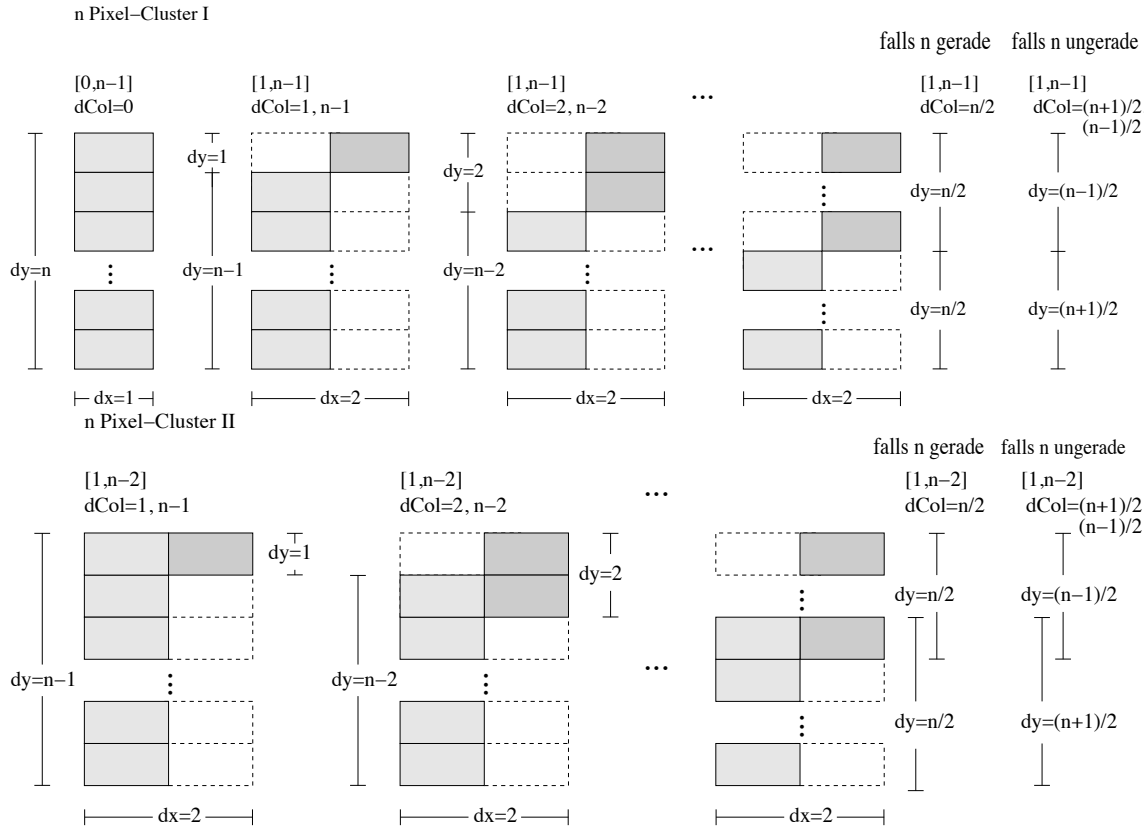


Abb. 8.5: Berechnung der maximalen Strecken für n Pixel in zwei Schritten.

n Pixel-Block 1. Fall Die Bestimmung für jede Kombination erfolgt einzeln.

Für $[0,n]$ und $dCol = n$ ist die Bestimmung eindeutig.

Für $[1,n]$ und $dCol = 1 \vee (n - 1)$ wird die Ebenendiagonale e über den Winkel β wie in Abbildung 8.3 berechnet:

$$e_1 = \sqrt{dx^2 + [(n - 1)dy]^2}$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{(n - 1) \cdot dy}{dx}\right)$$

$$e_2 = \frac{dy}{\sin(\beta)}$$

$$\alpha_{\min} = \arctan\left(\frac{dz}{e_1 + e_2}\right)$$

Aus $[1,n]$ und $dCol = 2$ oder $(n - 2)$ folgt analog bis hin zu $dCol = n/2$ für

gerade n oder $dCol = (n - 1)/2$ für ungerade n die folgende Rechnung.

$$\begin{aligned}
 e_1 &= \sqrt{dx^2 + [(n - 2)dy]^2} & \Rightarrow & \quad e_1 = \sqrt{dx^2 + [(n - dCol)dy]^2} \\
 \beta &= \arctan\left(\frac{(n - 2) \cdot dy}{dx}\right) & \Rightarrow & \quad \beta = \arctan\left(\frac{(n - dCol) \cdot dy}{dx}\right) \\
 e_2 &= \frac{2 \cdot dy}{\sin(\beta)} & \Rightarrow & \quad e_2 = \frac{dCol \cdot dy}{\sin(\beta)} \\
 \alpha_{\min} &= \arctan\left(\frac{dz}{e_1 + e_2}\right) & \Rightarrow & \quad \alpha_{\min} = \arctan\left(\frac{dz}{e_1 + e_2}\right)
 \end{aligned}$$

Somit ist der maximale Winkel für diese Kombinationen bestimmt.

n Pixel-Block 2. Fall Die Bestimmung über den Winkel β ist dieselbe, wie auch schon in Fall 1. Es ändern sich nur die verschiedenen Berechnungen von e_1 und e_2 . Der erste Fall ist für den erste Block in Abbildung 8.5 mit $dCol = 1$ oder $dCol = (n - 1)$ woraus die übrigen Kombinationen, mit $dCol$ aus dem 1. Fall, gefolgert wurden.

$$\begin{aligned}
 e_1 &= \sqrt{dx^2 + [((n - 1) - 1)dy]^2} & \Rightarrow & \quad e_1 = \sqrt{dx^2 + [((n - 1) - dCol)dy]^2} \\
 \beta &= \arctan\left(\frac{((n - 1) - 1) \cdot dy}{dx}\right) & \Rightarrow & \quad \beta = \arctan\left(\frac{((n - 1) - dCol) \cdot dy}{dx}\right) \\
 e_2 &= \frac{1 \cdot dy}{\sin(\beta)} & \Rightarrow & \quad e_2 = \frac{dCol \cdot dy}{\sin(\beta)} \\
 \alpha_{\min} &= \arctan\left(\frac{dz}{e_1 + e_2}\right) & \Rightarrow & \quad \alpha_{\min} = \arctan\left(\frac{dz}{e_1 + e_2}\right)
 \end{aligned}$$

Allerdings muss hier die Ausnahme bei geradem n beachtet werden, sodass sich für die Kombination $[1, n] : dCol = n/2$ ergibt:

$$\begin{aligned}
 e &= \sqrt{[2dx]^2 + [(n - 1)dy]^2} \\
 \alpha_{\min} &= \arctan\left(\frac{dz}{e}\right)
 \end{aligned}$$

Damit ist die Bestimmung der einzelnen Winkel abgeschlossen.

8.2 Landauverteilungen zu den einzelnen Neigungen der Platine

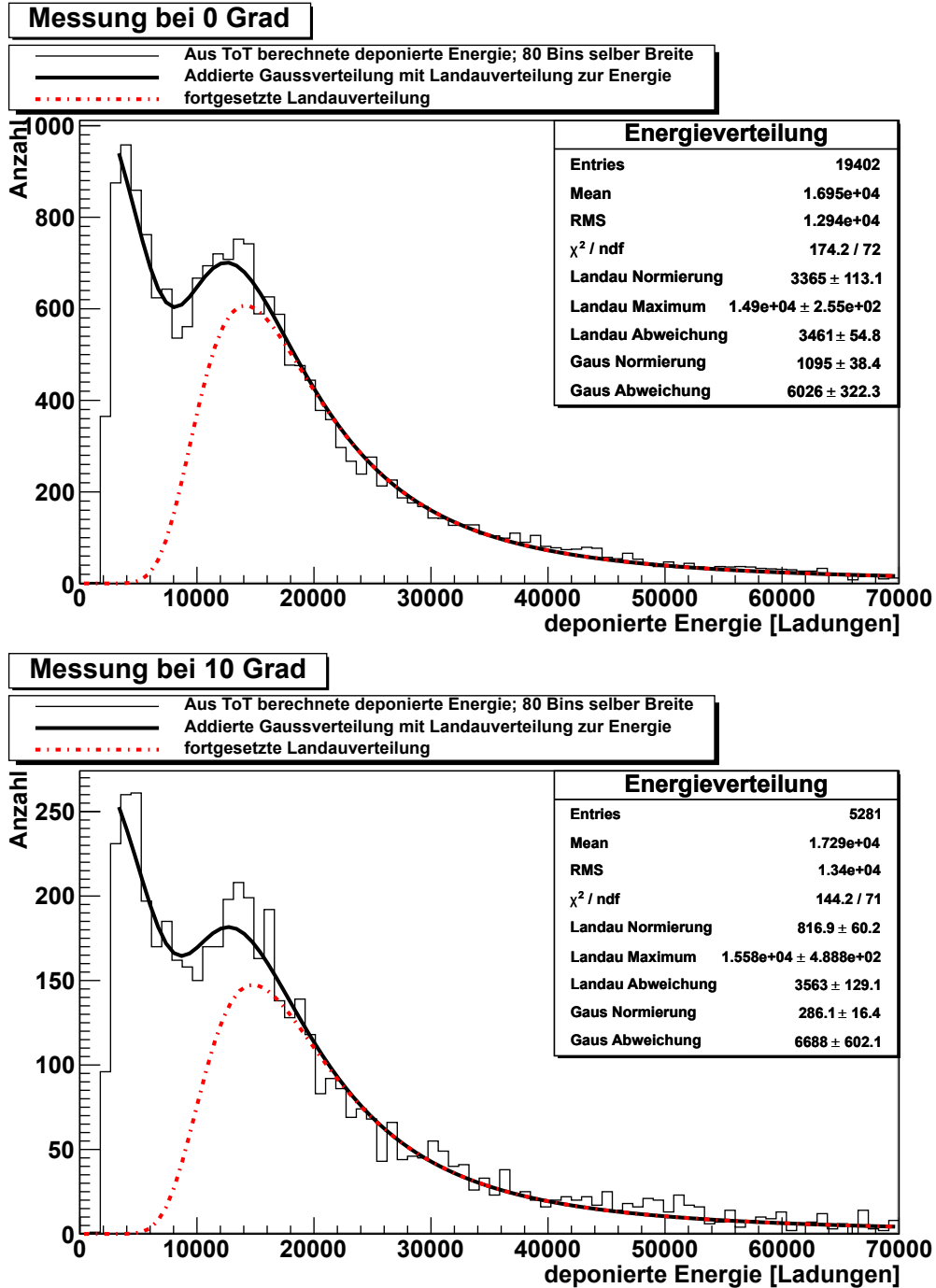


Abb. 8.6: Landauverteilung der Myonen mit Rauschen von 0° und 10°.

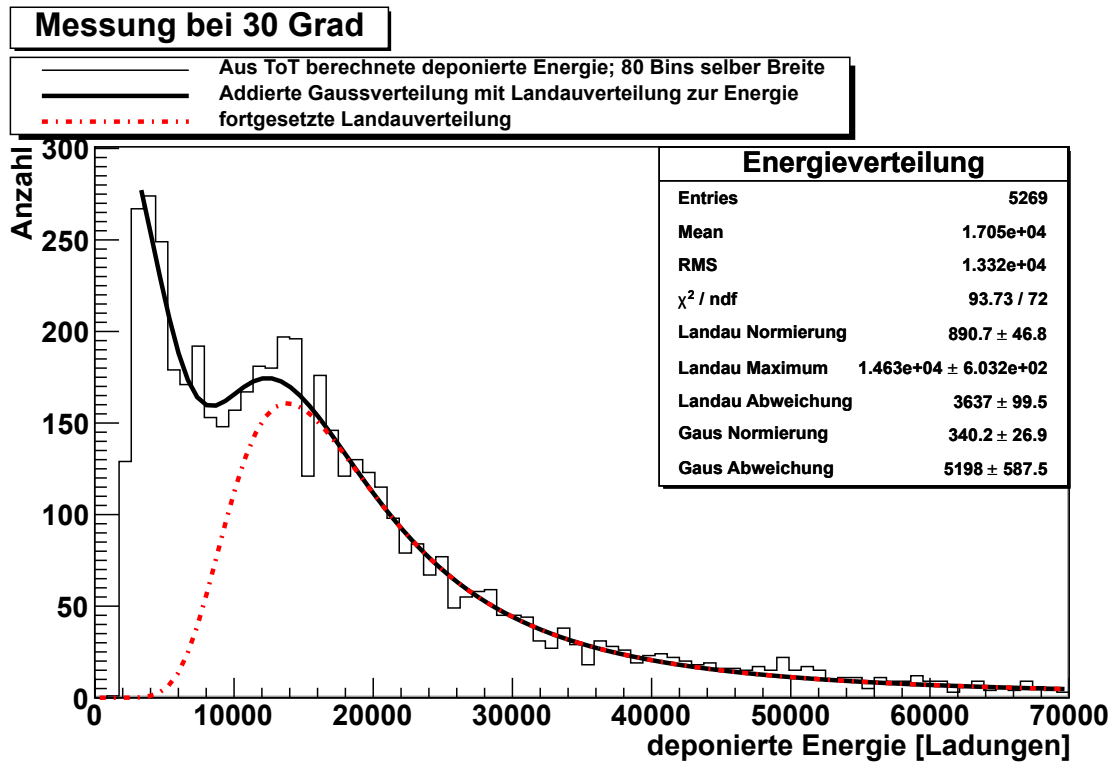
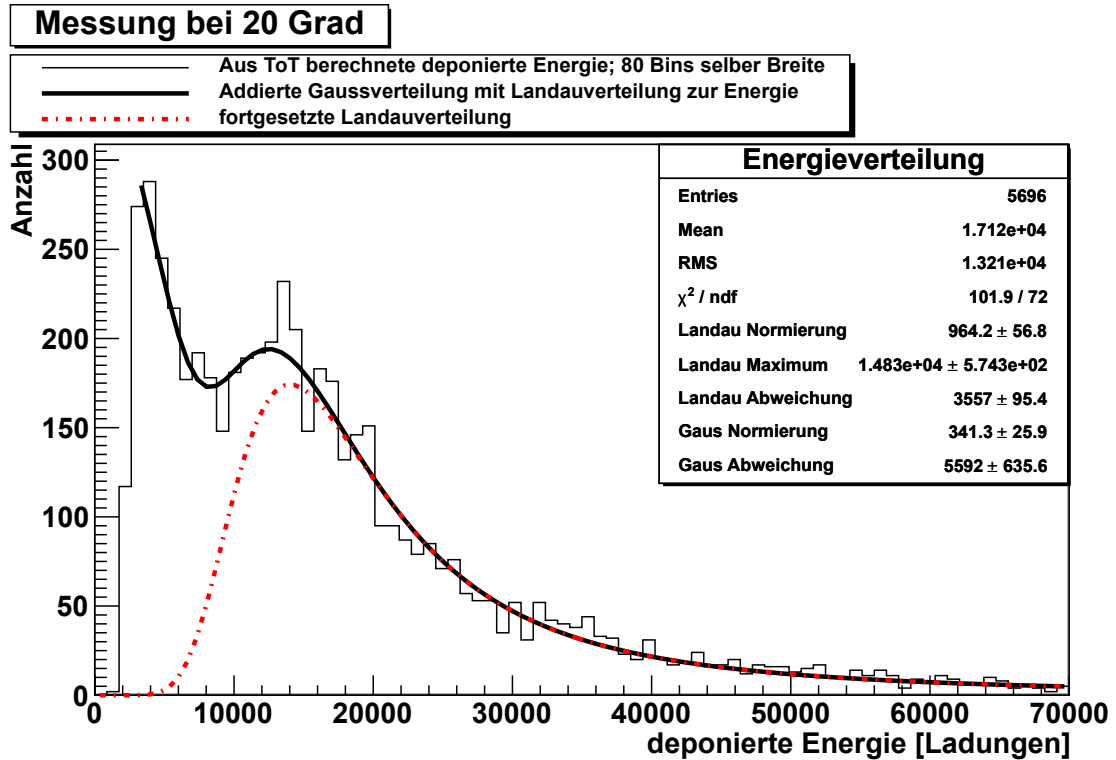


Abb. 8.7: Landauverteilung der Myonen mit Rauschen von 20° und 30°.

8.2 Landauverteilungen zu den einzelnen Neigungen der Platine

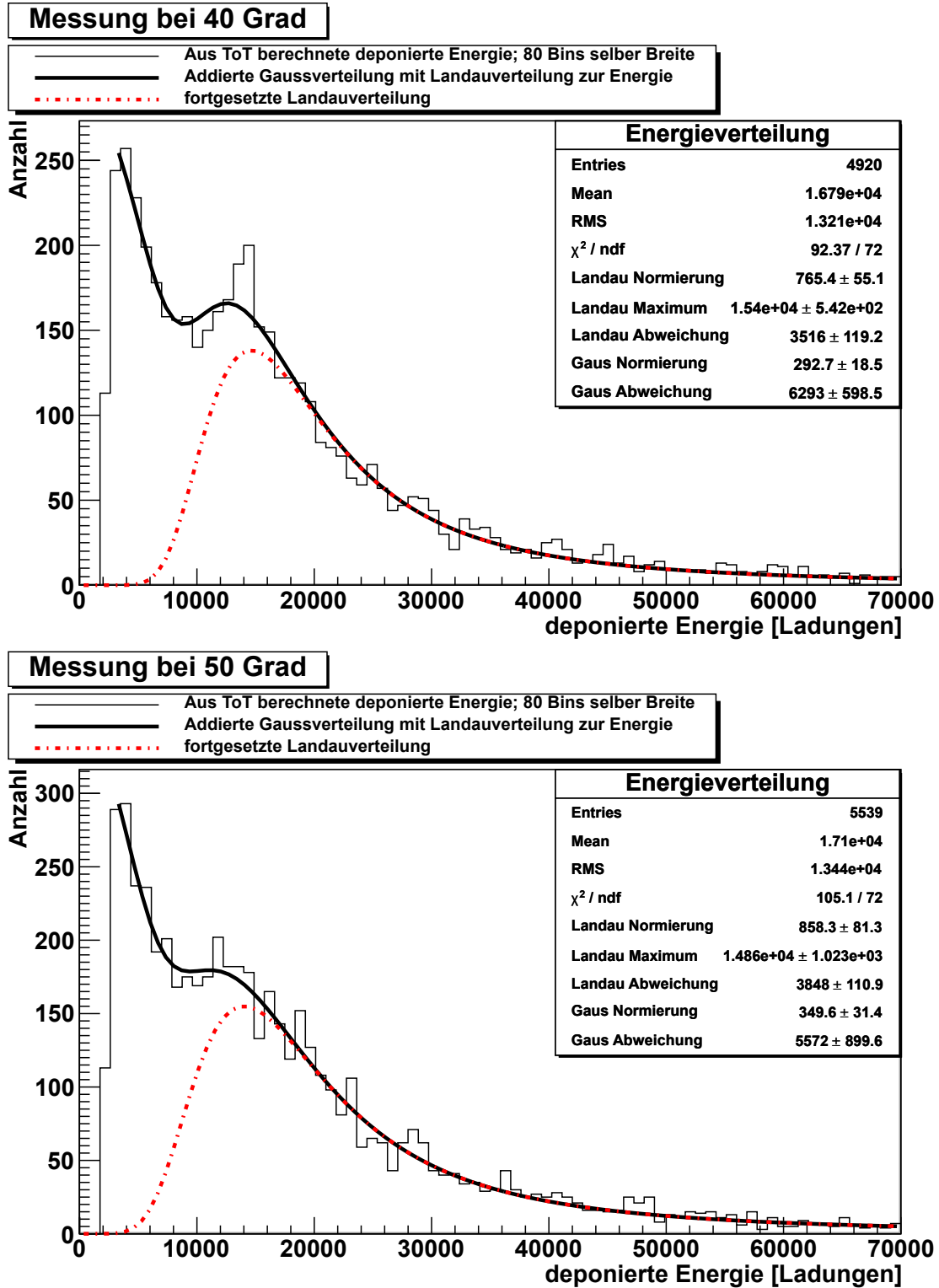


Abb. 8.8: Landauverteilung der Myonen mit Rauschen von 40° und 50°.

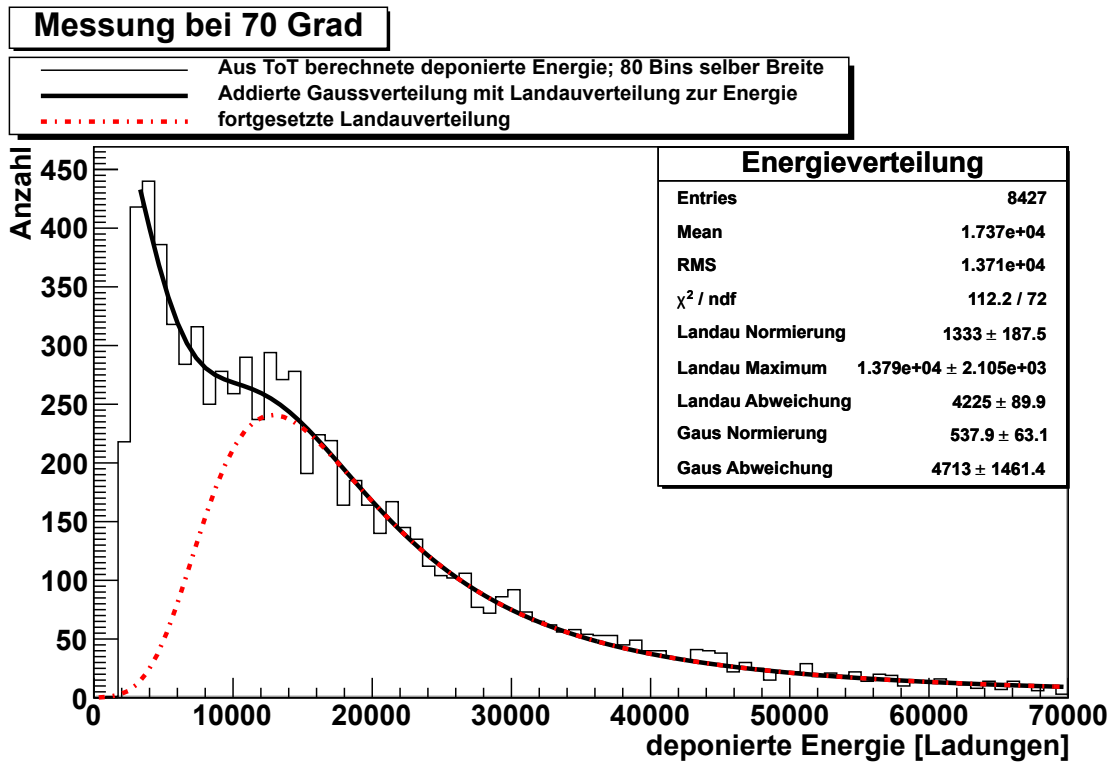
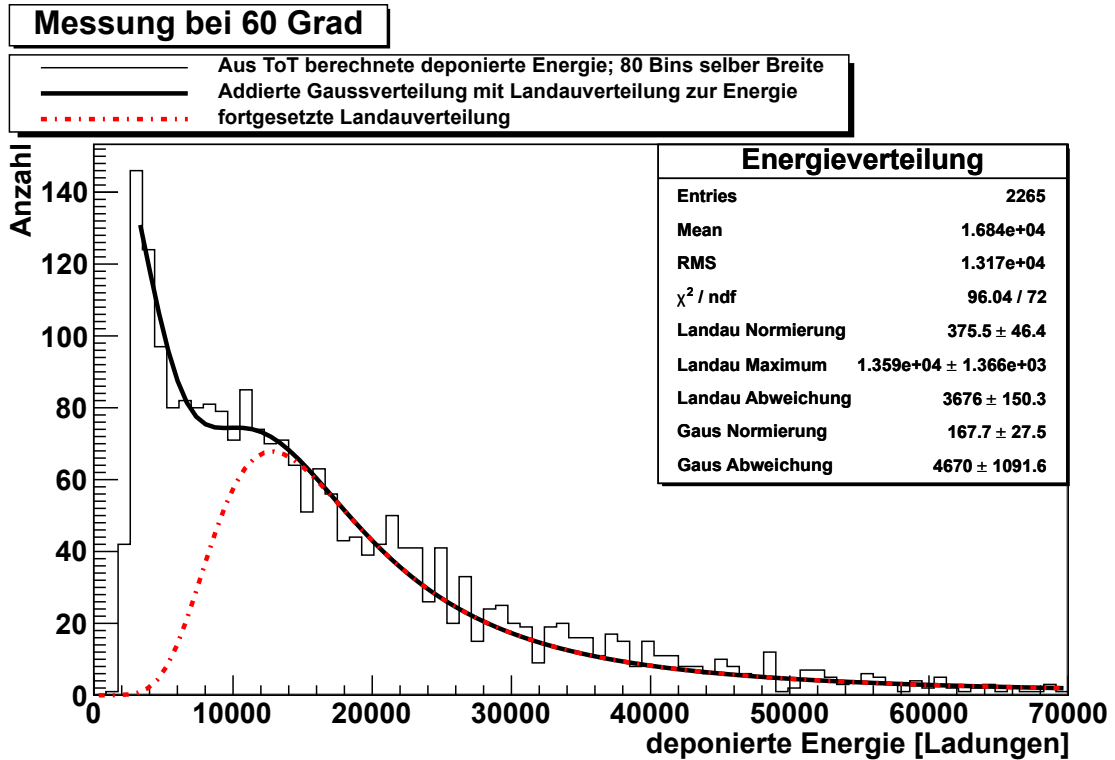


Abb. 8.9: Landauverteilung der Myonen mit Rauschen von 60° und 70°.

8.2 Landauverteilungen zu den einzelnen Neigungen der Platine

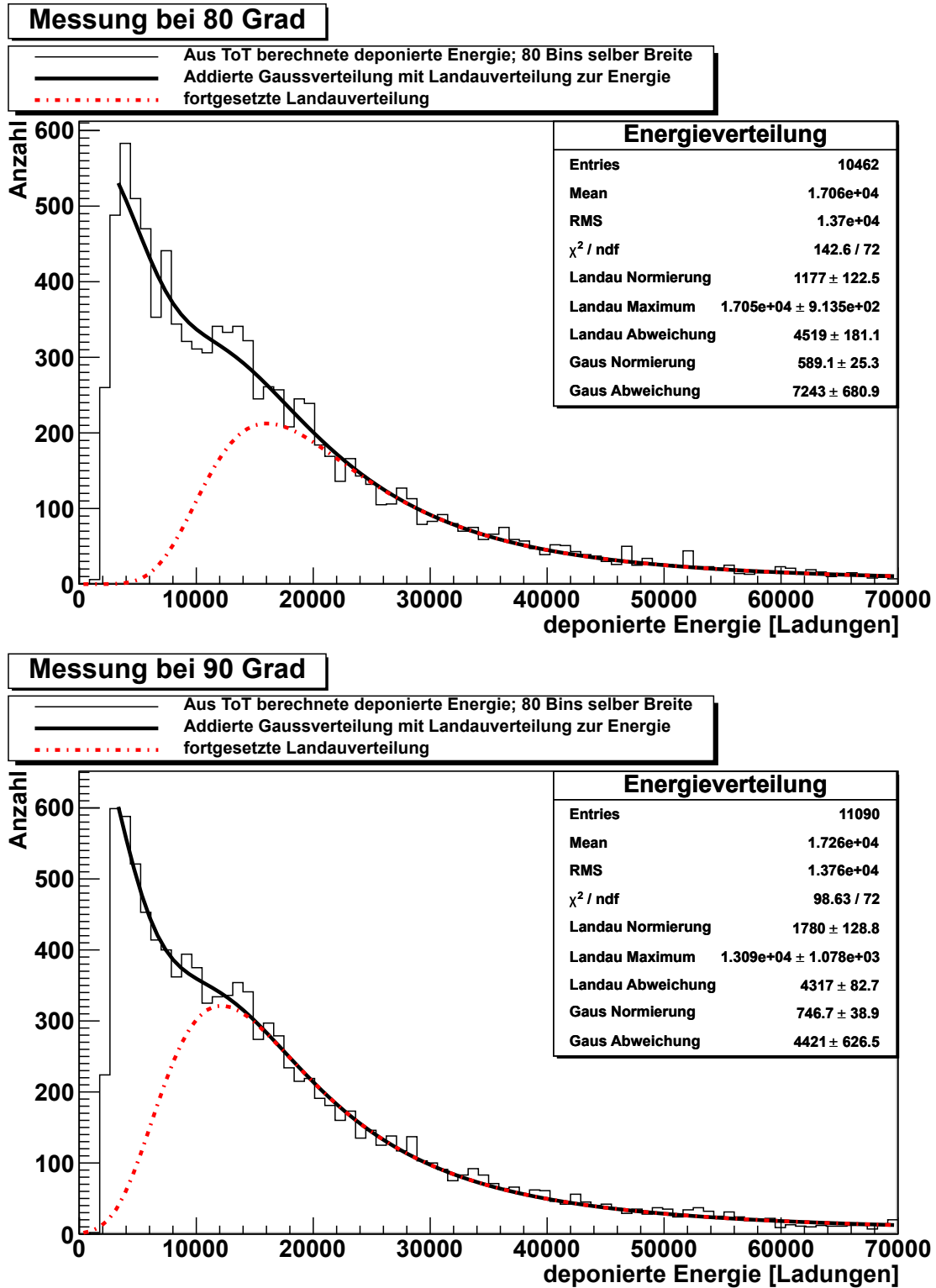
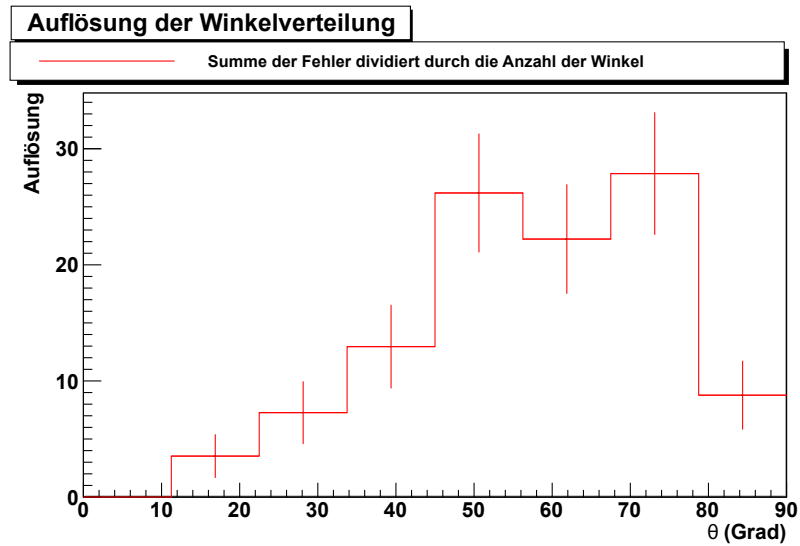


Abb. 8.10: Landauverteilung der Myonen mit Rauschen von 80° und 90°.

8.2.1 Die Auflösung

In Abbildung 8.2.1 Ist die Auflösung der einzelnen Winkelintervalle grafisch dargestellt:



8.2.2 Die Winkelverteilung

Im folgenden sind die einzelnen Verteilungen der berechneten Winkel und die Verteilung der theoretischen Winkel aufgetragen, für alle Neigungen der Platine.

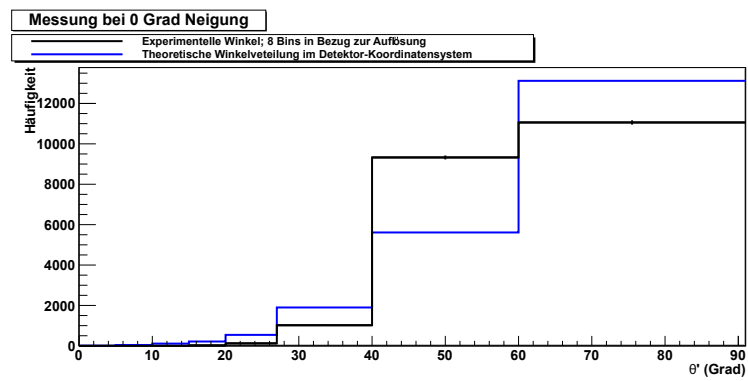


Abb. 8.11: Häufigkeitsverteilung der Myonen bei einer Neigung von 0° .

8.2 Landauverteilungen zu den einzelnen Neigungen der Platine

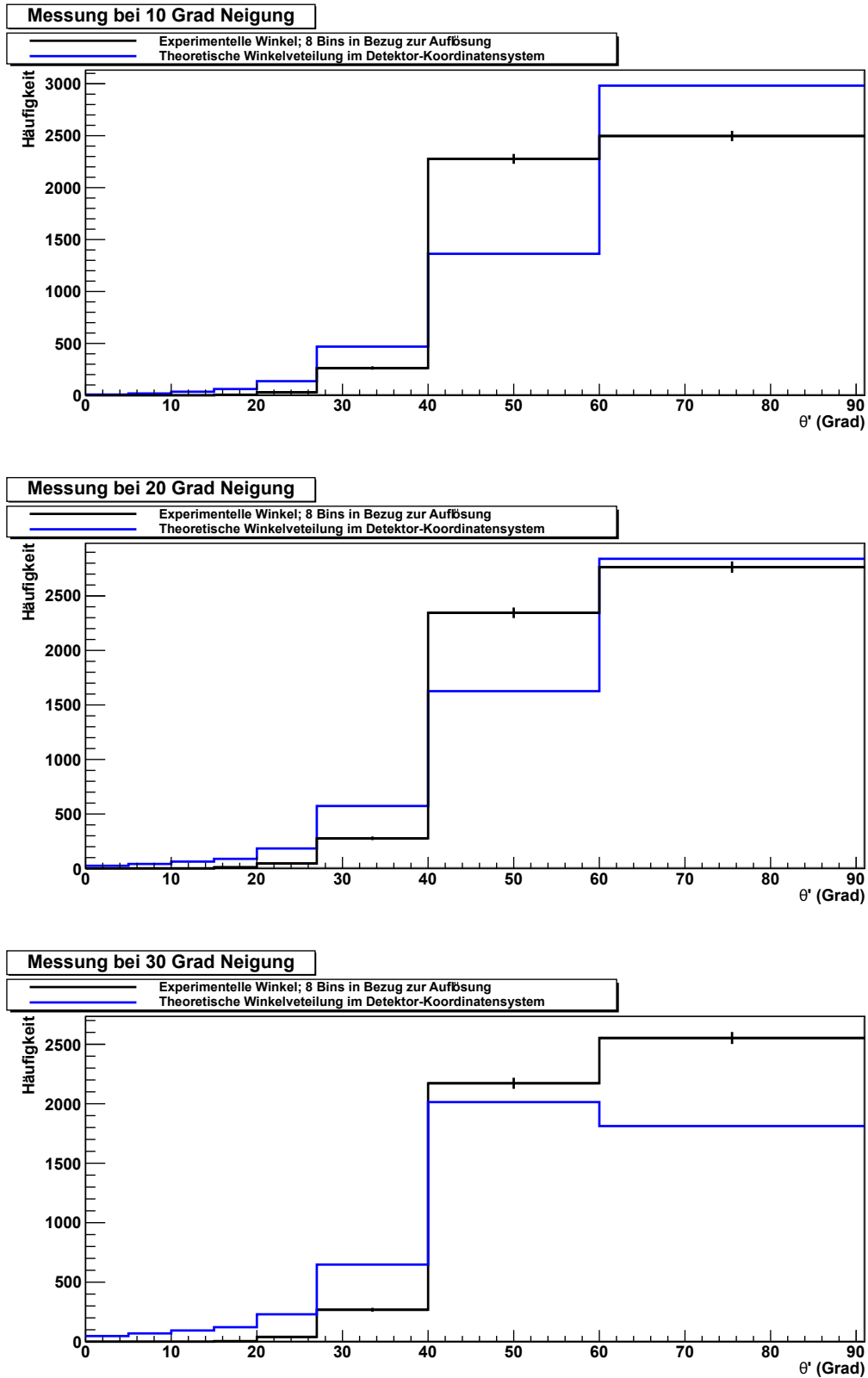


Abb. 8.12: Häufigkeitsverteilung der Myonen bei der Neigung von 10° , 20° und 30° .

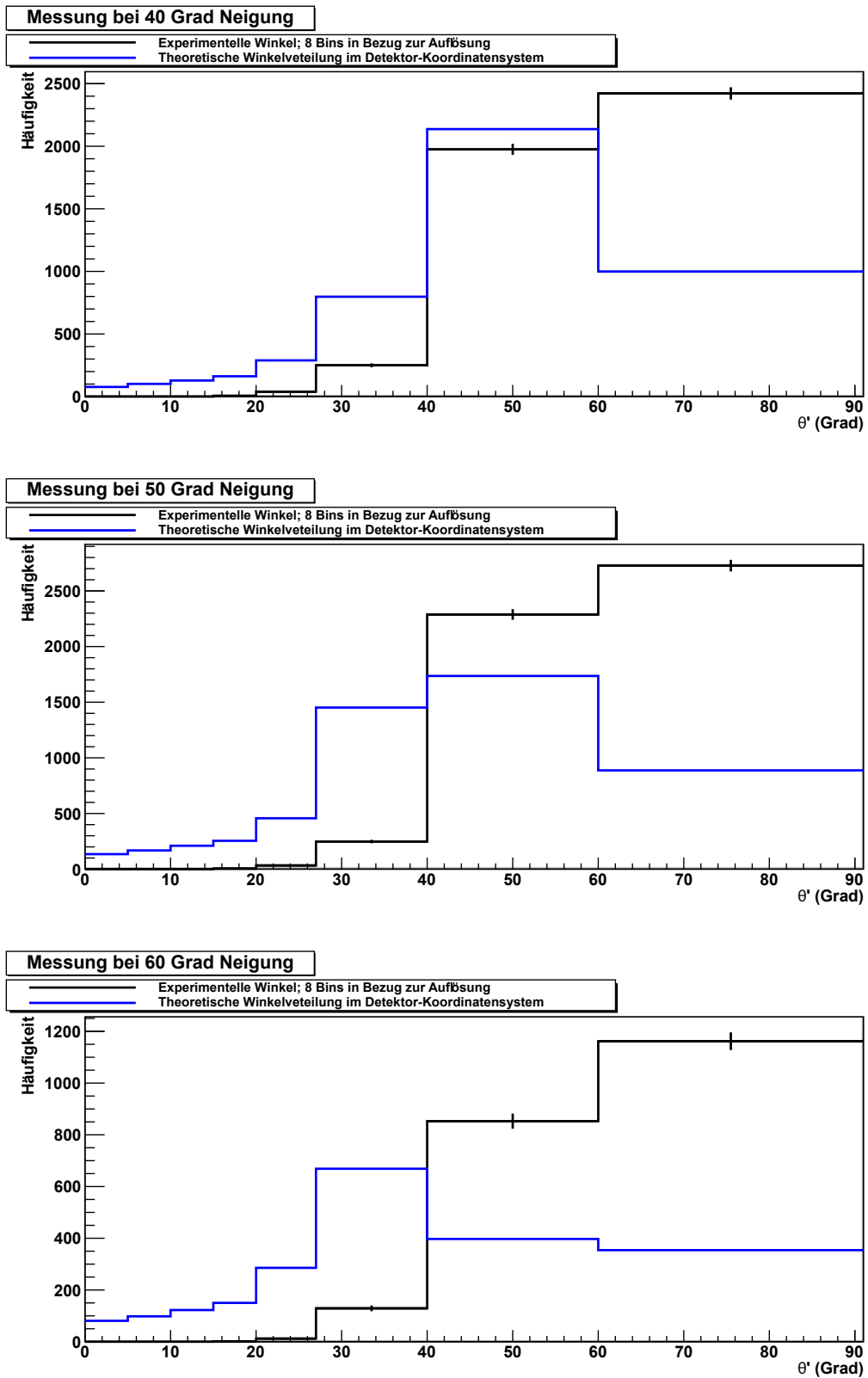


Abb. 8.13: Häufigkeitsverteilung der Myonen bei der Neigung von 40°, 50° und 60°.

8.2 Landauverteilungen zu den einzelnen Neigungen der Platine

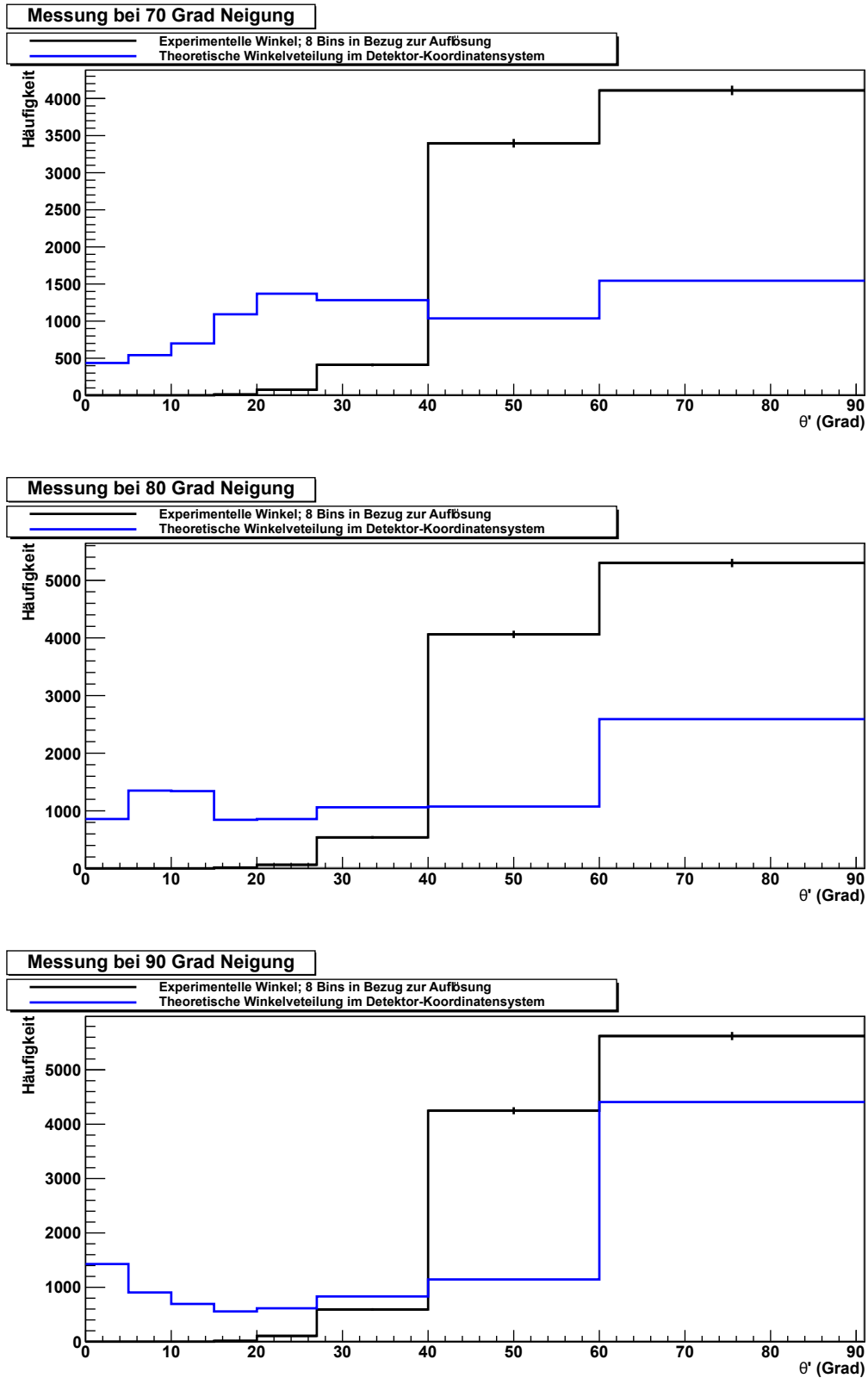


Abb. 8.14: Häufigkeitsverteilung der Myonen bei der Neigung von 70°, 80° und 90°.

8.3 Tabellen und Daten

8.3.1 Kalibrierung von ToT mit Vcal

Kalibrierungsdaten wurden eingelesen unter „List contents of ROOTDb data file“
loop wurde auf 0 gestellt:

Nummer	ToT	σ_{ToT}	V_{CAL} [V]
0	0	0,70	
1	3,9	0,2236	110
2	7,781	0,2006	150
3	10,21	0,2151	190
4	12,45	0,2467	230
5	14,71	0,2639	270
6	16,93	0,2893	310
7	19,22	0,3306	350
8	21,59	0,3573	390
9	23,88	0,3869	430
10	26,17	0,4193	470
11	28,42	0,4619	510
12	30,65	0,4870	550
13	32,81	0,5115	590
14	34,91	0,5538	630
15	37,01	0,6014	670
16	39,06	0,6278	710
17	41,08	0,6685	750
18	43,08	0,7127	790
19	45,02	0,7667	830
20	46,97	0,8073	870
21	48,87	0,8665	910
22	50,77	0,9001	950

Tab. 8.1: Messwerte der Kalibrierung von ToT und V_{CAL} .

8.3.2 Berechnung der wahrscheinlichsten Energie $(dE)_{w.W}$

Zur Berechnung der wahrscheinlichsten Energie $(dE)_{w.W}$ der Myonen wurden die folgenden Konstanten wie folgt ermittelt:

Dabei gilt nach Kapitel 2.1 für $\gamma \approx \frac{3000}{105} \approx 28,57$

damit folgt $\beta = 0,999$

$$K = \frac{4\pi r_e^2 m_e c^2 N_A \cdot \rho_{Si} Z z^2}{2\beta A} = 0,307 \frac{\text{MeV} \cdot \text{cm}^2}{\text{g}} \cdot 2,336 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} 0,12 \approx 0,085 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}$$

$$\xi = Kd/\beta \approx 0,085 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}} 250 \mu\text{m}/0,999$$

$I = W_{Si} = 3,6 \text{ eV}$ und

$\delta(\beta\gamma) \approx 0$, da der Korrekturterm erst bei bei großen $\beta\gamma$ die Funktion beeinträchtigt.

$$\begin{aligned} (dE)_w &= \xi \cdot \left[\ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} \right) + \ln \left(\frac{\xi}{I} \right) + 0,2 - \beta^2 - \delta(\beta\gamma) \right] \\ &\approx 0,00214 \text{ MeV} \left[\ln(19,3) + \ln(6,39) + 0,2 - \beta^2 \right] \\ &\approx 0,053 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Literaturverzeichnis

- [1] A. WEIGERT, H. J. WENDKER UND L. WISOTZKI
Astronomie und Astrophysik: Ein Grundkurs
[WILEY-VCH Verlag, 5. Auflage 2009]

- [2] A. UNSÖLD UND B. BASCHEK
Der neue Kosmos: Einführung in die Astronomie und Astrophysik
[Springer Verlag, 7. Auflage 2002]

- [3] W. BOTHE UND W. KOLHÖRSTER
Das Wesen der Höhenstrahlung
[Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, am 18. Juni 1929]

- [4] H. FRAUENFELDER UND E.M. HENLEY
Teilchen und Kerne
[R. Oldenburg Verlag, 4. Auflage 1999]

- [5] C. GRUPEN
Kosmische Strahlung
[Physik in unserer Zeit, 16. Jahrgang Ausgabe 3, Seiten 69–77, 1985]

- [6] T.K. GAISSER UND T. STANEV
24. Cosmic rays
[Bartol Research Inst., Univ. of Delaware, 1 Revised August 2007]
<http://pdg.lbl.gov/2010/reviews/rpp2010-rev-cosmic-rays.pdf>
Letzter Aufruf: 04. Juli 2011.

- [7] W. R. LEO
Techniques for nuclear and particle physics experiments: a how-to approach
[Springer Verlag, 2. Auflage 1994]

- [8] H. KOLANOSKI
Einführung in die Astroteilchenphysik Kapitel 3.2, Kosmische Strahlung
[Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Physik, 2005/2006]
<http://www-zeuthen.desy.de/~kolanosk/astro0506/skripte/inhalt.pdf>,
Letzter Aufruf: 04. Juli 2011.
- [9] J. GROSSE-KNETTER
Vertex Measurement at a Hadron Collider - The ATLAS Pixel Detector
[Universität Bonn, Physikalisches Institut, 2007]

Erklärung nach §13(8) der Prüfungsordnung für den Bachelor-Studiengang Physik und den Master-Studiengang Physik an der Universität Göttingen:

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Abschlussarbeit selbständig verfasst habe, keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe und alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten Schriften entnommen wurden, als solche kenntlich gemacht habe.

Darüberhinaus erkläre ich, dass diese Abschlussarbeit nicht, auch nicht auszugsweise, im Rahmen einer nichtbestanden Prüfung an dieser oder einer anderen Hochschule eingereicht wurde.

Göttingen, den 31. Januar 2012

(Stephanie Schöning)